

METRON

RIVISTA INTERNAZIONALE DI STATISTICA — REVUE INTERNATIONALE DE STATISTIQUE
INTERNATIONAL REVUE OF STATISTICS — INTERNATIONALE STATISTISCHE RUNDSCHAU

DIRETTORE PROPRIETARIO — DIRECTEUR ET PROPRIÉTAIRE
EDITOR AND PROPRIETOR — HERAUSGEBER UND EIGENTHÜMER

Dott. Corrado Gini, *prof. ord. di Statistica nella R. Università di Padova (Italia).*

COMITATO DIRETTIVO — COMITÉ DE DIRECTION — EDITORIAL COMMITTEE — DIREKTIONS-KOMITEE

Prof. A. Andréadès, *de Science des finances à l'Université d'Athènes (Grèce).*

Prof. A. E. Bunge, *Director general de Estadística de la Nacion. Buenos Ayres (Argentina).*

Dott. F. P. Cantelli, *attuaria alla Cassa depositi e prestiti. Ministero del Tesoro. Roma (Italia).*

Dr. E. Czuber, *Professor an der Technischen Hochschule in Wien (Deutsch Oesterreich).*

Dr. F. von Fellner, *Professor an der Universität Budapest (Ungarn).*

Prof. A. Flores de Lemus, *Jefe de Estadística del Ministerio de Hacienda. Madrid (España).*

Dr. L. V. Furlan, *Privatdozent für Statistik an der Universität Basel (Schweiz).*

Dr. M. Greenwood, *reader in Medical Statistics in the University of London (England).*

Mr. G. H. Knibbs, *Commonwealth Statistician. Melbourne (Australia).*

Ing. L. March, *directeur de la Statistique générale de la France. Paris (France).*

Dr. H. W. Methorst, *directeur de l'Office permanent de l'Institut International de Statistique et du Bureau central de Statistique, La Haye (Hollande).*

Prof. A. Julin, *secrétaire général du Ministère de l'Industrie et du Travail. Bruxelles (Belgique).*

Dr. R. Pearl, *prof. of Biometry and Vital Statistics in the J. Hopkins University. Baltimore (U.S.A.).*

Vol. 1. N. 4.

1-IX-1921

SOMMARIO — SOMMAIRE — CONTENTS — INHALT

R. A. Fisher. <i>On the « Probable Error » of a Coefficient of Correlation deduced from a Small Sample</i>	p. 3
S. D. Wicksell. <i>An exact formula for spurious correlation</i>	» 33
A. Tschuprow. <i>Ueber die Korrelationsfläche der aritmetische Durchschnitte (Ein Grenztheorem)</i>	» 41
E. S. Littlejohn. <i>On an elementary method of finding the moments of the terms of a multiple hypergeometrical series</i>	» 49
L. March. <i>Les modes de mesure du mouvement général des prix</i>	» 57
C. Gini. <i>La guerra dal punto di vista dell'eugenica.</i>	» 92
R. Livi. <i>Sull'accrescimento della statura oltre i venti anni</i>	» 123
A. Bertelsen. <i>Some Statistics on the native population of Greenland</i>	» 132
F. Savorgnan. <i>L'aumento delle nascite maschili durante la guerra</i>	» 137
L. Livi. <i>Una inchiesta sui bilanci di famiglie borghesi.</i>	» 161
A. Aschieri. <i>† Luigi Bodio (1840-1920)</i>	» 180
<i>Pubblicazioni ricevute - Publications reçues - Publications received - Erhaltene Veröffentlichungen.</i>	» 196

INDUSTRIE GRAFICHE ITALIANE

Stabilimento di ROVIGO

ARTICOLI GIUNTI ALLA RIVISTA
CHE VERRANNO PUBBLICATI NEI
PROSSIMI NUMERI.

(Secondo l'ordine d'arrivo).

ARTIKEL DIE AN DIE RUNDSCHAU AN-
GELANGT SIND UND WELCHE IN DEN NACH-
FOLGENDEN NUMMERN ERSCHEINEN WERDEN.

(Nach der Reihenfolge des Eingangs).

ARTICLES REÇUS PAR LA REVUE
ET À PARAÎTRE PROCHAINEMENT.
(D'après la date de réception).

ARTICLES RECEIVED BY THE REVIEW WHICH
WILL BE PUBLISHED IN FUTURE ISSUES.
(According to date of receipt).

A. Guldberg, *Zur Theorie der Korrelation.*

A. MacDonald, *Death Psychology of Historical Personages. A
Statistical Study.*

M. Kovero, *August Hjelt* (Necrologie).

A. A. Tschuprow, *On the mathematical expectation of the
moments of frequency distributions in the case of correlated
observations.*

R. A. FISHER

**On the "Probable Error",
of a Coefficient of Correlation deduced
from a Small Sample**

Introduction.

The problems of theoretical statistics fall into two main classes: *a*) To discover what quantities are required for the adequate description of a population, which involves the discussion of mathematical expressions by which frequency distributions may be represented: *b*) To determine how much information, and of what kind, respecting these population-values is afforded by a random sample, or series of random samples.

Problems of the second class require for their adequate discussion a knowledge of the distribution in random samples of specified size, of the statistical derivatives used to estimate or evaluate the population-characters. Thus in calculating the correlation from a sample we are making an estimate of the correlation in a theoretical infinite population from which the sample is drawn. We wish to make the best possible estimate and to know as accurately as possible how far the estimate may be relied upon. To this end we seek to know the distribution of the values obtained when samples are drawn from an infinite population, whatever the value of the correlation in such population may be.

Some years ago, the writer applied a novel method of geometrical representation to problems of random sampling which had excited attention in the pages of *Biometrika*. He was thereby enabled to give the exact form of the curve of distribution in random samples of the coefficient of correlation when the latter was calculated in the ordinary way. His formulae emphasised the fact that in the neighbourhood of ± 1 , the curves become extremely skew, even for large samples, and change their form so rapidly that the ordinary statement of the « pro-

bable error » is practically valueless. It was accordingly suggested that the variable r was unsuitable for expressing the accuracy of an observed correlation in these regions but that, by a simple transformation, a variable might be obtained the sampling curves of which are practically normal and of constant standard deviation.

Since that time, the curves of random sampling which arise from other methods of calculation have been examined, viz., those appropriate to intra-class correlations, represented by symmetrical tables. It was found that these curves while different from those previously obtained, could be rendered approximately normal by a similar transformation and that the discrepancies between the sampling curves derived by the two methods were greater than the departure of either from the normal form. The advantage of the transformation therefore became more apparent, it not only enabled an intelligible statement of the « probable error » to be made, even for high correlations, but permitted, and in the simplest possible manner, the making of allowance for the method of calculation.

In the former paper it was found, by applying a method previously developed, that the « most likely » value of the correlation of the population was, numerically, slightly smaller than that of the sample. This conclusion was adversely criticised in *Biometrika*, apparently on the incorrect assumption that I had deduced it from BAYES theorem. It will be shown in this paper that when the sampling curves are rendered approximately normal, the correction I had proposed is equal to the distance between the population-value and the mid-point of the sampling curve and is accordingly no more than the correction of a constant bias introduced by the method of calculation. No assumption as to *a priori* probability is involved.

The exact forms of a variety of frequency curves serve as an adequate basis for discussing methods by which a theoretical or ideal quantity, such as the population-value of the correlation coefficient, may be estimated from a sample. The attempt made by BAYES, upon which the determination of « inverse probabilities » rests, admittedly depended upon an arbitrary assumption, so that the whole method has been widely discredited; yet the very concept of a frequency curve, or surface, implies an infinite ideal population, the properties of which can only be estimated from samples. In my opinion, two radically distinct concepts have been confused under the name of « probability »

and only by sharply distinguishing these can we state accurately what information a sample does give us respecting the population from which it is drawn.

1. *The curve of random sampling for « intraclass » correlations.*

In the calculation of fraternal correlations, and others of a like nature, in which the mean and standard deviation are presumed to be the same for both variables, it is usual to obtain the common mean and standard deviation from the whole of the observations. This procedure may be expected to give more accurate results than the use of separate means and standard deviations, when no distinction is made as to which of one pair of observations corresponds to each of another pair; this expectation is justified in that the probable error of such correlations is somewhat less than that of a similar correlation drawn from the same number of pairs of independent quantities, but the curve of random sampling is also affected in other ways.

If $x_1, x'_1, x_2, x'_2, \dots, x_n, x'_n$ be n pairs of observations of this kind, then

$$\begin{aligned} 2n\bar{x} &= S(x + x') \\ 2n\mu^2 &= S\{(x - \bar{x})^2 + (x' - \bar{x})^2\} \\ n\mu^2 r &= S(x - \bar{x})(x' - \bar{x}) \end{aligned}$$

are the equations which determine the statistics $\bar{x}$, μ and r . Correlations found in this way have been termed intraclass correlations. In other cases of intraclass correlations the observations may occur in sets of 3, 4 etc., but these cases will not be considered in detail.

The exact form of the curve of random sampling may be obtained by the method previously used (FISHER 1915) to determine that of correlations of the ordinary type, in which the means and standard deviations of the two variates are calculated separately. In this method a sample is represented by a point in generalised space, the separate measurements being the coordinates of the point.

If m , σ and ρ be the values of the mean, standard deviation and correlation of the hypothetical infinite gaussian population from which the sample is drawn, then the frequency with which any pair of values fall into specified infinitesimal ranges, is

$$df = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2(1-\rho^2)}\{(x-m)^2 - 2\rho(x-m)(x'-m) + (x'-m)^2\}} dx dx';$$

hence the chance that all the observations of the sample have given values is

$$(I) \frac{1}{(2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2})^n} e^{-\frac{1}{2\sigma^2(1-\rho^2)} S \{ (x-m)^2 - 2\rho(x-m)(x'-m) + (x'-m)^2 \}} dx_1 dx'_1 dx_2 dx'_2 \dots dx_n dx'_n.$$

The representative point lies on a plane space, specified by $\bar{x}$, and on a generalised sphere of $(2n-1)$ dimensions lying in that space, $\mu\sqrt{2n}$ being the radius of that sphere. Its position upon the sphere is further restricted to a region at a fixed angular distance, θ , from the space of $(n-1)$ dimensions, specified by the equations

$$x_1 = x'_1, x_2 = x'_2, \dots, x_n = x'_n.$$

This angular distance depends upon r in such a way that

$$r = \cos 2\theta.$$

Hence the volume element $dx_1 dx'_1 \dots dx_n dx'_n$ may, neglecting a constant multiplier, be replaced by

$$d\bar{x} \mu^{2n-2} d\mu \sin^{n-1} \theta \cos^{n-2} \theta d\theta,$$

or by

$$d\bar{x} \mu^{2n-2} d\mu (1-r)^{\frac{n-2}{2}} (1+r)^{\frac{n-3}{2}} dr.$$

The frequency element, simplified by substituting the derivatives $\bar{x}$, μ and r for the coordinates, and by ignoring constant factors, may now be written

$$(II) \frac{1}{e} \frac{2n}{2\sigma^2(1-\rho^2)} \{ (\bar{x}-m)^2 (1-\rho) + \mu^2 (1-\rho r) \} d\bar{x} \mu^{2n-2} d\mu (1-r)^{\frac{n-2}{2}} (1+r)^{\frac{n-3}{2}} dr$$

an expression which specifies the relative frequencies with which any assigned values of $\bar{x}$, μ and r will occur in the process of random sampling.

The factor

$$\frac{1}{e} \frac{2n}{2\sigma^2(1+\rho)} (\bar{x}-m)^2 d\bar{x}$$

involves only the variable $\bar{x}$, and shows it to be normally distributed about its mean, independently of the other derivatives. Its accuracy depends upon ρ , and is increased without limit as ρ approaches -1 , being reduced, however, when ρ is positive.

Since we are concerned merely with the distribution of r , the remaining factor,

$$(III) \quad e^{-\frac{n}{\sigma^2} \cdot \frac{1-\rho r}{1-\rho^2} \cdot \mu^2} \cdot \mu^{2n-2} \cdot d\mu \cdot (1-r)^{\frac{n-2}{2}} (1+r)^{\frac{n-3}{2}} dr,$$

must be integrated with respect to μ , from 0 to ∞ . It is easy to see that the only factors of the integral which involve r , must be

$$(IVa) \quad (1-\rho r)^{-\left(n-\frac{1}{2}\right)} (1-r)^{\frac{n-2}{2}} (1+r)^{\frac{n-3}{2}} dr$$

an expression which gives the relative frequency of occurrence of different values of r .

For sets of 3 the corresponding expression is

$$(IVb) \quad (1+\rho-2\rho r)^{-\frac{3n-1}{2}} (1-r)^{\frac{2n-2}{2}} \left(\frac{1}{2}+r\right)^{\frac{n-3}{2}} dr$$

in which it will be noticed that r cannot fall below $-\frac{1}{2}$. Indeed in general for sets of s it cannot fall below $-\frac{1}{s-1}$, although there is no restriction upon positive correlations. The expression for the distribution of the correlation within groups of s being

$$(IVc) \quad (1+\overline{s-2}\rho-\overline{s-1}\rho r)^{-\frac{sn-1}{2}} (1-r)^{\frac{\overline{s-1}n-2}{2}} \left(\frac{1}{s-1}+r\right)^{\frac{n-3}{2}} dr$$

2. The transformation of the curves of random sampling of correlations within classes of 2.

It was noticed in a previous paper (FISHER, 1915) that the curve of sampling of the correlation coefficient becomes extremely skew towards the ends of its range, and in these regions changes its form rapidly as ρ is changed. It was suggested that this group of curves could be reduced both to approximate normality and to approximate constancy of the probable error, by the transformation

$$(V) \quad \begin{cases} \rho = \tanh \zeta \\ r = \tanh z \end{cases}$$

This transformation has recently been applied (FISHER, 1919) to the measure of resemblance employed by THORNDIKE (1905) in his investigations of twins. If x and y are the deviations from their means of the measurements of two twins, THORNDIKE took

$$r = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$$

as a measure of resemblance. If ρ is the true value of the correlation the curve of random sampling of r is

$$\frac{\sqrt{1-\rho^2}}{\pi} \cdot \frac{dr}{(1-\rho r)\sqrt{1-r^2}}$$

a curve not unlike that of the correlation derived from 3 pairs of observations, having infinite values at the extremes, and an antimode. This curve changes its form rapidly as ρ is changed. On applying the transformation (V) the curve becomes

$$\frac{1}{\pi} \operatorname{sech} (z - \zeta) dz,$$

a symmetrical curve centred at ζ . This curve is of absolutely invariant form for different values of ζ . For large values of $|z - \zeta|$ the curve falls off exponentially; it is markedly leptokurtic, having

$$\beta_2 = 5.$$

If we apply this transformation to expression (IVa) we obtain

$$(VI) \quad \frac{\overline{n - \frac{3}{2}}!^{(*)}}{\overline{n - 2}! \sqrt{2\pi}} \operatorname{sech} \frac{n - \frac{1}{2}}{2} (z - \zeta) \cdot e^{-\frac{1}{2}(z - \zeta)^2} dz$$

after inserting the requisite constant factor. This curve is also absolutely constant in form for all values of ζ , the effect of changing ζ being merely to shift it bodily. The curve also tends to normality as n increases with rapidity sufficient to justify the use of the probable error as an adequate representation of its distribution due to sampling.

(*) The symbol $x!$ is here used as equivalent to $\Gamma(x+1)$ whether x be an integer or not.

The approach to normality may be well 'shown by PEARSON'S method of expansion (*Cooperative Study*, 1916). Writing x for $z - \zeta$, the ordinate may be expressed as

$$y = \frac{n-3}{n-2}! \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{n-1}{2}x^2} \left\{ 1 + \frac{n-1}{12}x^4 - \left(\frac{n-1}{45}x^6 - \frac{n-1^2}{288}x^8 \right) + \dots \right\} \\ \left\{ 1 - \frac{1}{2}x - \frac{x^2}{8} + \frac{5x^3}{48} + \frac{17x^4}{384} \dots \right\}$$

whence may be obtained the moments about $x = 0$

$$\bar{z} - \zeta = \mu'_1 = -\frac{1}{2n-1} \left\{ 1 + \frac{1}{2n-1} \dots \right\} \\ \mu'_2 = \frac{1}{n-1} \left\{ 1 + \frac{3}{4n-1} + \frac{5}{12n-1^2} \dots \right\} \\ \mu'_3 = -\frac{3}{2n-1^2} \left\{ 1 + \frac{7}{4n-1} \dots \right\} \\ \mu'_4 = \frac{1}{(n-1)^2} \left\{ 3 + \frac{13}{2n-1} + \frac{145}{16n-1^2} \dots \right\}$$

The distance of the mean, $\bar{z}$, from the population value ζ , though of higher order than the standard deviation is yet of lower order than the distance of the mean from the mode. For the mode is where

$$x = -\tanh^{-1} \frac{1}{2n-1};$$

that is

$$\bar{z} - \zeta = -\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{3(2n-1)^3} \dots \\ = -\frac{1}{2n-1} \left\{ 1 - \frac{1}{2n-1} \dots \right\}$$

Evidently the mean, mode and median of this curve approach each other more rapidly than they approach the population value. The optimum value of ζ for a given z , that is to say, that value of ζ which gives z with the greatest frequency, is given by the equation

$$\hat{\zeta} - z = \tanh^{-1} \frac{1}{2n-1}$$

The curve being invariant in form, it follows that the modal value of z , is also that value for which ζ is an optimum. Now the median

observation for a given population value, and the optimum population value for a given observation are, unlike the mode and the mean, unchanged for all transformations; they differ approximately by

$$\frac{1}{3(n-1)^2}$$

in the scale of z , and a transformation which renders the sampling curve invariant is bound to bring the mean and mode into agreement to the same order. By virtue of this agreement adequate allowance may be made for the bias towards negative correlations displayed by small samples. Referred to the mean, the moments are

$$\mu_2 = \frac{1}{n-1} \left\{ 1 + \frac{1}{2(n-1)} + \frac{1}{6(n-1)^2} \dots \right\}$$

$$\mu_3 = -\frac{1}{(n-1)^3} \dots$$

$$\mu_4 = \frac{1}{(n-1)^2} \left\{ 3 + \frac{5}{(n-1)} + \frac{19}{4(n-1)^2} \dots \right\}$$

so that

$$\beta_1 = \frac{1}{(n-1)^3} \dots$$

$$\beta_2 = 3 + \frac{2}{n-1} + \frac{1}{(n-1)^2} \dots$$

The curve therefore becomes symmetrical with extreme rapidity, remains slightly leptokurtic, but is sensibly normal for all but the smallest possible samples.

The standard deviation is independent of ρ , and very nearly agrees with the formula

$$\frac{1}{\sqrt{n - \frac{3}{2}}}$$

the probable error may therefore be read off as χ_1 , in Table V of *Tables for Statisticians* (PEARSON, 1914) interpolating for the half integer.

It is easy to assign a reason for the negative bias of correlations of this type; the mean value of the variate deviations are not in these cases reduced independently to zero, but are equal and of opposite sign, thus automatically introducing a small negative term into the product moment. The correction needed, being of higher order than the probable error, does not sensibly improve the accuracy of a single

determination, but may become of importance in comparing averages based on samples of different sizes, or calculated by different methods, as are parental and fraternal correlations.

Since the method I should adopt in obtaining the population value and its probable error from an observation of a small sample differs materially from that developed in the *Cooperative Study* (1916) a number of brief examples may serve to illustrate the application of the principles here laid down.

Ex. I. — A correlation 0.6000 is derived from 13 « fraternal » pairs of observations, find the population value with its probable error.

Using the transformation $r = \tanh z$, we have

	r	z
Calculated value	+ 0.6000	+ 0.6930
Correction $\frac{1}{2n-1}$		+ 0.0417
Population value	+ 0.6259	+ 0.7347
Probable error of z for given ζ . .		$\pm$ 0.1989
Lower quartile	+ 0.4898	+ 0.5358
Higher quartile	+ 0.7323	+ 0.9336

The quartile distances are 0.1361 and 0.1064, their mean 0.1213 is in fair agreement with 0.1238 derived from the formula $0.67449 \frac{1-r^2}{\sqrt{n-1}}$. The difference between them reveals the shewness of the curve and the impossibility of judging accurately, from the values of r alone, the probability of a difference of observations of two of three times the probable error.

Ex. II. — Estimate the probability that the above observation corresponds to a true value (1) 0.3000, (2) 0.9500.

	r	z	Differences	Standard error	Ratio	P
Hypothesis I.	0.3000	0.3095	0.4252	0.2887	1.47	0.142
Sample	0.6259	0.7347	1.0971	0.2887	3.80	0.00014
Hypothesis II.	0.9500	1.8318				

Thus the value 0.95 although, when measured on the r scale, nearer to the population value derived from the sample, is roughly 1000 times less likely than 0.30. The value of P cannot be taken very

accurately from the probability integral of the normal curve, since the true curve in z is slightly leptokurtic ($\beta_2 = 3.17$) and extreme deviations are therefore more common than they would be if the distribution were strictly normal. However, the increase in accuracy in expressing the probable error in terms of z , the curve of which is invariant in form and approximately normal, instead of terms of r , the curve of which may be very skew and variable in form, even for high values of n , is sufficiently striking.

It would of course be possible to render the statement of the probable error of r less misleading, by writing $\begin{matrix} +0.1064 \\ -0.1361 \end{matrix}$ instead of ± 0.1213 ; that is by stating the actual quartile distances. Such a change, though certainly more accurate, and giving at any rate a danger signal as to the nature of the distribution, does not describe it effectively. Although two numbers are given, they contain less information than the single probable error when the distribution is normal; nor can they be used with the same facility for those crucial comparisons, for which probable errors are necessary.

3. *The corresponding transformation for simple interclass correlations.*

If the data, as is commonly the case, consist of pairs of values of two variables x and y , which are not presumed to have the same mean or standard deviation, then the distribution of the correlation coefficient r , has been shown (FISHER 1915) to be

$$df = \frac{n-2}{\pi} (1-\rho^2)^{\frac{n-1}{2}} (1-r^2)^{\frac{n-4}{2}} \int_0^{\infty} \frac{dt}{(\cosh t - \rho r)^{n-1}} dr$$

The application of the transformation (V) to this series of curves, though not leading to so simple a curve as that indicated by expression (VI) will be found to be attended by the same practical advantages. The element of frequency becomes

$$df = \frac{n-2}{\pi} \operatorname{sech}^{n-1} \zeta \operatorname{sech}^{n-2} z \int_0^{\infty} \frac{dt}{(\cosh t - \rho r)^{n-1}} dz$$

which may be expanded in the same manner as before, writing x for $z - \zeta$; then

$$y = \frac{n-2}{\sqrt{2\pi n-1}} e^{-\frac{n-1}{2}x^2} \left\{ 1 + \frac{1}{2}\rho x + \left(\frac{2+\rho}{8n-1} + \frac{4-\rho^2}{8}x^2 + \frac{n-1}{12}x^4 \right) \right. \\ \left. + \rho x \left(\frac{4-\rho^2}{16n-1} + \frac{4+3\rho^2}{48}x^2 + \frac{n-1}{24}x^4 \right) \right. \\ \left. + \left(\frac{4+12\rho^2+9\rho^4}{128n-1^2} + \frac{8-2\rho^2+3\rho^4}{64n-1}x^2 + \frac{8+4\rho^2-5\rho^4}{128}x^4 + \frac{28-15\rho^2}{1440}x^6n-1 + \frac{n-1^2}{288}x^8 \right) + \dots \right\}$$

The form of the transformed curve involves ρ and is thus not absolutely constant in shape. Taking moments about, $x=0$, we have,

$$\begin{aligned} \bar{z} - \zeta = \mu'_1 &= \frac{\rho}{2(n-1)} \left\{ 1 + \frac{1+\rho^2}{8n-1} \dots \right\} \\ \mu'_2 &= \frac{1}{n-1} \left\{ 1 + \frac{8-\rho^2}{4n-1} + \frac{88-9\rho^2-9\rho^4}{24n-1^2} \dots \right\} \\ \mu'_3 &= \frac{3\rho}{2(n-1)^2} \left\{ 1 + \frac{13+2\rho^2}{8n-1} \dots \right\} \\ \mu'_4 &= \frac{1}{(n-1)^3} \left\{ 3 + \frac{28-3\rho^2}{2n-1} + \frac{736-84\rho^2-51\rho^4}{16n-1^2} \dots \right\} \end{aligned}$$

As with the previous case, the median value of z , differs from that for which ζ is optimum, only by terms in $\frac{1}{(n-1)^2}$ and higher orders; and this transformation brings the mean and mode into similar agreement with those invariant quantities. For the optimum value of ρ has been shown (*Cooperative Study*, 1916) to be

$$\hat{\rho} = r - \frac{r(1-r^2)}{2n-1} \left(1 - \frac{1-5r^2}{4n-1} \right),$$

and the median value of r is, to the same approximation,

$$\rho + \frac{\rho(1-\rho^2)}{2n-1} \left(1 + \frac{9-14\rho^2}{6n-1} \right);$$

both of which agree, as far as the term $\frac{1}{n-1}$ with the correction

$$- \frac{r}{2n-1}$$

required to bring the mean of the z curve into agreement with the population value.

As before this correction is of a higher order than the standard deviation, and therefore does not add significantly to the accuracy of a single determination; its function is to allow for the size of the sample, and for the method of calculation, in cases where accurate comparisons are required between correlations or averages of correlations.

This correction unlike that obtained in section 2, changes its sign with r ; it always reduces the observed value of r numerically, being positive when r is negative.

Taking now moments about the mean

$$\begin{aligned}\mu_2 &= \frac{1}{n-1} \left\{ 1 + \frac{4-\rho^2}{2n-1} + \frac{176-21\rho^2-21\rho^4}{48n-1^2} \dots \right\} \\ \mu_3 &= \frac{\rho \left(\rho^2 - \frac{9}{16} \right)}{(n-1)^3} \dots \\ \mu_4 &= \frac{1}{n-1^2} \left\{ 3 + \frac{224-48\rho^2-3\rho^4}{16n-1} + \frac{1472-228\rho^2-141\rho^4-3\rho^6}{32n-1^2} \dots \right\}\end{aligned}$$

giving

$$\begin{aligned}\beta_1 &= \frac{\rho^2}{n-1^3} \left(\rho^2 - \frac{9}{16} \right)^2 \dots \\ \beta_2 &= 3 + \frac{32-3\rho^4}{16n-1} + \frac{128+112\rho^2-57\rho^4-9\rho^6}{32n-1^2} \dots\end{aligned}$$

The curves therefore tend to normality as rapidly as those for correlations of the fraternal type. In addition to containing the divisor $(n-1)^3$, β_1 vanishes absolutely at the origin, and at two points which, as n increases, approach the limits ± 0.75 . β_2 approaches its normal value at approximately the same rate as before. The value of ρ is seen to have very little influence on these curves (See Fig. 2); the weight of an observation is increased to a trifling extent from $n-3$ to $n-2\frac{1}{2}$ as ρ passes from 0 to ± 1 ; except for the smallest samples β_1 is to be neglected for all values of ρ , and when n is small enough for the leptokurtosis of the curves to be appreciable, it is reduced by less than 10% by the highest possible value of ρ .

When expressed in terms of z , the curve of random sampling is therefore sufficiently normal and constant in deviation to be adequately represented by a probable error. This may be obtained from the same table as before entered with the value $n-3$.

The increased accuracy of assuming a common mean and standard deviation for the variables, when this assumption is justified, is thus equivalent to a gain of from $1\frac{1}{2}$ pairs to 1 pair of observations or from 3 to 2 measurements according to the value of ρ .

The application of these methods is illustrated by the following examples.

Ex. III. — In a sample of 25 pairs only of parent and child the correlation for a certain character was found to be 0.6000. What is the most reasonable value to give ρ in the sampled population, and what is its probable error?

Using the transformation $r = \tanh z$ we have

	r	z
Calculated value	0.6000	0.6930
Correction.		—0.0125
Population value	0.5918	0.6805
Probable error		± 0.1438
Lower quartile.	0.4905	0.5367
Higher quartile.	0.6774	0.8243

This example was taken by the writers of the *Cooperative Study* to illustrate the supposed shortcomings of my formula equivalent to that used above, for the optimum value of the correlation. Their comments upon my methods imply such a serious misunderstanding of my meaning that a brief reply is necessary. The following passage well illustrates their attitude (p. 358).

« If we distributed our ignorance equally the result would be that stated on p. 357, i. e.

0.59194

But, in applying BAYES' Theorem to this case, to what result of experience do we appeal? Clearly the only result of experience by which we could justify this « equal distribution of ignorance » would be the accumulative experience that in past series the correlation of parent and child had taken with equal frequency of occurrence every value from -1 to $+1$. To appeal to such a result is absurd; BAYES' Theorem ought only to be used where we have in past experience, as for example in the case of probabilities and other statistical ratios, met with every admissible value with roughly equal frequency. There is no such experience in this case. On the contrary the mean value of ρ for very long

series of frequencies of 1000 and upwards is known to be $+ 0.46$ and the range is hardly more than 0.40 to 0.52 ». Applying some formulae the value

$$0.46225$$

is finally obtained, which as the authors justly remark, is « a totally different 'most likely value' from that obtained by 'equally distributing' our ignorance ».

From this passage a reader, who did not refer to my paper, which had appeared in the previous year, and to which the *Cooperative Study* was called an « Appendix », might imagine that I had used BOOLE's ironical phrase, « equal distribution of ignorance », and that I had appealed to « BAYES' theorem ». I must therefore state that I did neither. What is more important is that what I previously termed the 'most likely value', which I now, for greater precision, term the 'optimum' value of ρ , for a given observed r , is merely that value of ρ for which the observed r occurs with greatest frequency; it is obtained by making a maximum df , the frequency of occurrence of the observed value (FISHER 1915, p. 520).

It therefore involves no assumption whatsoever as to the probable distribution of ρ . The writers of the *Cooperative Study* appear to suppose that it depends upon the assumption that in past experience equal intervals, dr , of the range of possible correlations have received equal numbers of observed parental correlations. As a matter of fact the above analysis, in which we have used z instead of r , leads to exactly the same value of the optimum. Does the validity of the optimum therefore depend upon equal numbers of parental correlations having occurred in equal intervals dz ? If so, it should be noted that this is inconsistent with an equal distribution in the scale of r , for

$$dz = \frac{dr}{1 - r^2}$$

As a matter of fact, as I pointed out in 1912 (FISHER, 1912) the optimum is obtained by a criterion which is absolutely independent of any assumption respecting the *a priori* probability of any particular value. It is therefore the correct value to use when we wish for the best value *for the given data*, unbiassed by any *a priori* presuppositions.

Though I am reluctant to criticise the distinguished statisticians who put their names to the *Cooperative Study*, I do not consider their treatment of this example justifiable. A correlation 0.6000 is calculated

from the sample. I suggest that the exact form of the curve of random sampling indicates that in small samples the correlation,* positive or negative, is likely to be exaggerated, and therefore to correct for this effect, the best value to take is 0.5918. The writers of the *Cooperative Study* apparently imagine that my method depends upon « BAYES' Theorem » (*), or upon an assumption that our experience of parental correlations is equally distributed on the r scale, (and therefore not so on the scale of any of the innumerable functions of r , such as z , which might equally be used to measure correlation), and consequently alter my method by adopting what they consider to be a better *a priori* assumption as to the distribution of p . This they enforce with such rigour that a sample which expresses the value 0.6000 has its message so modified in transmission that it is finally reported as 0.462 at a distance of 0.002 only above that value which is assumed *a priori* to be most probable!

In my opinion 0.462 cannot be regarded as the correlation of the sample at all. It is in fact a kind of average value made up of the value for the sample and the values previously obtained from the other samples of different populations, measured in respect of different characters, but which have in common that they all refer to parents and children. As an average it has, of course, some value, though it could be obtained more simply and more accurately by regarding it as such. Regarded as the contribution which this sample makes to our knowledge of parental correlation it is simply misleading; its value depends almost wholly upon the preconceived opinions of the computer and scarcely at all upon the actual data supplied to him.

Ex. IV. — A second sample of 13 from a similar population gives a correlation 0.7, what is the weighted mean of these two values?

	r	z	weight	Correlation (z) $\times$ weight
First sample .	0.6000	0.6930		
Correction . .		— 0.0125		
		0.6805	22	14.971
Second sample	0.7000	0.8673		
		— 0.0292		
		0.8381	10	8.381
Mean	0.6229	0.7297	32	23.352

(*) More properly upon a postulate analogous to that required to demonstrate BAYES Rule (BAYES, p. 371).

The weight of each sample measured on the scale of z is taken to be $(n - 3)$, since the increase in weight due to the magnitude of ρ is less than 0.25 in both cases, and can indeed always be ignored save when exceptional refinement of methods is employed. The weights to be attached to values of z may therefore be taken straight from the numbers of observations. By using the z scale the changes in the variability of r , which render all means of values of r more or less inaccurate, are avoided. The mean value of r obtained thus, from that of z , represents with high accuracy the value of the correlation of the population which would yield two such samples with the greatest frequency.

4. The probable error of intraclass correlations in general.

The expression (IVc) gives the distribution of the correlation coefficient derived from sets of s observations, every pair of each set being given a place on the correlation table. Without examining in detail the approach of these curves to the normal form, they may be used to obtain adequate expressions for the probable errors of such correlations. This is the more necessary because all statisticians who have hitherto used these correlations, including the writer, have employed formulae which are not even approximately correct.

The transformation which rectifies this group of curves is

$$\text{VII} \quad \begin{cases} 2s-1 \, r = s-2 + s \tanh(z-\varphi) \\ 2s-1 \, \rho = s-2 + s \tanh(\zeta-\varphi); \end{cases}$$

in which $\tanh \varphi = \frac{s-2}{s};$

this transformation like (V) is applicable without labour merely by the use of a table of hyperbolic tangents. Substituting in (IVc), and writing x for $(z-\zeta)$, the curve becomes

$$\text{VIII} \quad \frac{\frac{sn-3}{2}!}{2^{\frac{sn-3}{2}} \cdot \frac{s-1}{2} \frac{n-2}{2}! \frac{n-3}{2}!} e^{\frac{s-2}{2} \frac{n+1}{2} (x-\varphi)} \operatorname{sech}^{\frac{sn-1}{2}} (x-\varphi) dx$$

the constant multiplier having been inserted to reduce the area of the curve to unity.

This curve like its special case when $s=2$, is absolutely constant in form irrespective of the value of ρ ; consequently the value of r for which ρ is an optimum agrees absolutely with the mode. Indeed this series of curves only differs from those hitherto considered in one material respect. The positive and negative infinite values of x , which give the limiting values of r , correspond to the values

$$-\frac{1}{s-1} \text{ and } +1$$

instead of

$$-1 \text{ and } +1$$

For the mode we obtain

$$\tanh(x - \varphi) = -\frac{s-2}{sn-1} = -\frac{s-2}{s} - \frac{2s-1}{s sn-1}$$

whence, since

$$\tanh \varphi = \frac{s-2}{s}$$

we have

$$\tanh x = -\frac{s}{2sn-1} \left/ \left(1 - \frac{s-2}{2sn-1} \right) \right.$$

The correction necessary to allow for the bias towards negative values in small samples is therefore, irrespective of s

$$+\frac{1}{2n}$$

From the second differential at the mode, we obtain as a first approximation to the weight of an observation

$$\frac{2s-1}{s} n;$$

this value though constant on the scale of z , leads to very different values of the probable error of r .

If the peculiar nature of this distribution be ignored, and it is treated as an ordinary correlation, the standard error, will be approximately

$$\frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$$

The term $(1-r^2)$ is $\frac{dr}{dz}$ of transformation (V); increments of z and r are nearly equal in the neighbourhood of zero, and z is equally accelerated as r approaches $+1$ and -1 . In transformation (VII) the rela-

tion between z and r is linear, not in the neighbourhood of zero, but in that of the point

$$z = \varphi$$

$$r = \frac{s-2}{2s-1};$$

this is in fact the central point of the range of possible values. In this neighbourhood

$$\frac{dr}{dz} = \frac{s}{2s-1}$$

the standard error therefore in this region (where $z - \varphi$ is small) is

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \left(\frac{s}{2s-1} \right)^{3/2}.$$

For correlations in the neighbourhood of 0.5, the increase of the numbers of members of a class can never increase the accuracy beyond that obtained from 8 times as many pairs. If the observer has the choice, he will occupy his time more profitably in observing an increased number of small classes, when, as in the investigations on homotyposis, correlations of this order are expected.

In the neighbourhood of zero, the case is quite different. As s is increased the zero is approached more and more closely by the end of the range. The distribution curve of r becomes extremely skew, so that the probable error of r becomes a very inadequate index of the curve of sampling. However, if we suppose n increased indefinitely for a given value of s , we may obtain the standard error as before.

$$\frac{dr}{dz} = \frac{s}{2s-1} \operatorname{sech}^2 \varphi = \frac{2}{s}$$

so that the standard error is

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \left(\frac{2}{s} \right)^{1/2}$$

in other words, the probable error in the neighbourhood of zero is the value obtained by treating every possible pair as an independent pair of observations.

The general formula, for the standard error of r , which includes these particular cases, is

$$(1-r) \left(\frac{1}{s-1} + r \right) \sqrt{\frac{2s-1}{sn}}$$

Ex. V. — The following values were given (HARRIS, 1916) for the correlations between « ovules failing » in different pods of the same tree (*Cercis Canadensis*); 100 pods were taken from each tree.

Meramec Highlands, 60 trees 0.0684 [0.0087]

Lawrence, Kansas, 22 trees 0.0858 [0.0143]

These are the lowest values recorded; the probable errors given by HARRIS are placed in parentheses. The author states « There can be no reasonable question of the statistical trustworthiness of all the direct homotypic correlations. The lowest is that for ovules failing per pod and this is in all cases 6 or more times its probable error ».

For both series

$$s = 100$$

$$\tanh \varphi = \frac{s-2}{s} = 0.98$$

$$\varphi = 2.2975.$$

Hence		$\tanh$				Probable	Ratio
r	$1-r$	$z-\varphi$	$\overline{z-\varphi}$	z	weight	error	$z/p.e.$
0.0684	0.9316	-0.8446	-1.2370	1.0605	118.8	0.06188	17.14
0.0858	0.9142	-0.8101	-1.1273	1.1702	43.56	0.10221	11.45

The values of r are 7.86 and 6.00 times the probable errors given by HARRIS; the true ratios are 17.14 and 11.45. Thus HARRIS is amply justified in regarding these values as significant.

The formulae used above are

$$\tanh \overline{z-\varphi} = 1 + \frac{2s-1}{s}(1-r)$$

and for the weight

$$\frac{2(s-1)}{s}n;$$

for such large values of s it would indeed be sufficient to use $2n$ as the weight.

Ex. VI. — The following values are given in the same table for the correlation between number of ovules in different pods on the same tree.

Meramec Highlands 60 trees + 0.3527 [0.0076]

Lawrence, Kansas 22 trees + 0.3999 [0.0121]

From these values we obtain the difference

$$0.0472 \pm [0.0142]$$

which might well be regarded as significant.

In this case we shall use the correction $+\frac{1}{2n}$

$1 - r$	$\tanh(z - \varphi)$	$\overline{z - \varphi}$	$\frac{1}{2n}$	$\hat{\zeta} - \varphi$	difference	
0.6473	-0.2817	-0.2896	+0.0083	-0.2813	0.1135	± 0.1195
0.6001	-0.1882	-0.1905	+0.0227	-0.1678		

In spite of the correction which tends to increase the difference, the latter is now quite insignificant. The probable errors in this region are about three times as great as those stated. The accuracy of these higher values is but little increased by using such a large number of pods from each tree.

Ex. VII. In Homotyposis in the Vegetable Kingdom (PEARSON 1900) there are many examples of correlations found from groups of correlated values. The uncertainty of the probable errors is indicated by placing them in parentheses. The correlation between the numbers of leaflets in different leaves from the same ash tree, will serve as a good example.

	$s = 26$ Buckinghamshire $n = 108$		$\varphi = .9231$ Dorsetshire $n = 120$		Monmouthshire $n = 100$	
	r	$z - \varphi$	r	$z - \varphi$	r	$z - \varphi$
Correlations	+0.3743	-0.2062	+0.3964	-0.1622	+0.4047	-0.1458
Probable error		± 0.0466		± 0.0444		± 0.0486
Lower quartile	+0.3513	-0.2528	+0.3740	-0.2066	+0.3802	-0.1944
Upper quartile	+0.3977	-0.1596	+0.4191	-0.1178	+0.4296	-0.0972
Mean quartile distance	0.0232		0.0225		+0.0247	
Probable error given	[0.0109]		[0.0102]		[0.0111]	
$\frac{0.67449}{\sqrt{8n}}$	0.0228		0.0218		0.0238	

All these lie in the region where $\overline{z - \varphi}$ is small, and where an increased number of trees rather than an increased number of leaves per tree is required to give greater accuracy. The estimated probable errors are less than half their true values; while the value found by

entering the probable error table (PEARSON, 1914) with $8n$ gives a good approximation. Since s is not very large the latter approximation is too small when z is close to φ and is more nearly accurate at some distance from the centre; it would, of course, be much too large at greater distances, as in the neighbourhood of zero.

The interquartile ranges of all these observations overlap, the observed differences are therefore quite insignificant. Pearson's conclusion that they are « fairly alike » is thus greatly strengthened.

Ex. VIII. — An example of an observed correlation near to zero is afforded by the resemblances of human twins. It occurred to the writer (FISHER, 1919) that if there really were two types of twins differing greatly in their degree of resemblance, a positive correlation should be found between the likeness of the same pair of twins in different traits. The degree of correlation to be expected depends on the proportionate numbers of the two types, and the correlations of the two types. For the group of measurements available (THORNDIKE, 1905) it was estimated at $+0.18$. If only one type of twins were present it should be very nearly zero. The measure of resemblance used was that explained in Section 2 of this paper.

The value found from 39 pairs of twins each measured in 6 traits was $-0.016 \pm [0.048]$ the probable error having been calculated on a basis of 195 independent pairs. Using transformation VII we have

	$\varphi = .8047$			
	r	z	Weight	Probable error
Observation	-0.016	-0.0497	65	0.0837
Hypothesis	0.18	$+0.4201$		

The probable error was therefore greatly exaggerated, but the observation is still sensibly zero. Its difference from the point

$$\rho = 0.18$$

is now much more significantly apparent; for using the original estimate, this difference is only 4.1 times its probable error, for which $P = 0.0051$, while correctly measured it is 5.6 times its probable error, for which $P = 0.00014$.

The evidence in favour of a single type of origin for this group of twins is thus stronger than I had previously imagined.

Note on the confusion between BAYES' Rule and my method of the evaluation of the optimum.

My treatment of this problem differs radically from that of BAYES. BAYES (1763) attempted to find, by observing a sample, the actual *probability* that the population value lay in any given range. In the present instance the complete solution of this problem would be to find the probability integral of the distribution of ρ . Such a problem is indeterminate without knowing the statistical mechanism under which different values of ρ come into existence; it cannot be solved from the data supplied by a sample, or any number of samples, of the population. What we can find from a sample is the *likelihood* of any particular value of ρ , if we define the likelihood as a quantity proportional to the probability that, from a population having that particular value of ρ , a sample having the observed value r , should be obtained.

So defined, probability and likelihood are quantities of an entirely different nature. Probability is transformable as a differential element; thus if the probability that r falls in the range dr

$$y \, dr$$

and we use the transformation

$$r = \tanh z$$

then the probability that z falls into the range dz , is

$$y \operatorname{sech}^2 dz.$$

The likelihood of a particular value of ρ on the other hand, is equal to the likelihood of the corresponding value of ζ , being unchanged by any transformation. It is not a differential element, and is incapable of integration. Again the *mode* of a frequency curve may be arbitrarily shifted by transforming the variable, in terms of which the observations are measured, as by transformation (V) the mode of the distribution of observations has been brought into close approximation to the median; but no transformation can alter the value of the *optimum*, or in any way affect the likelihood of any suggested value of ρ .

Numerically the likelihood may be measured in terms of its maximum value; the likelihood of the optimum being taken as unity.

This must not be confused with the statement the probability of a supposition is unity, which would amount to certainty that the hypothetical supposition were true. «Probable errors» attached to hypothetical quantities should not be interpreted as giving any information as to the probability that the quantity lies within any particular limits. When the sampling curves are normal and equivariant the «quartiles» obtained by adding and subtracting the probable error, express in reality the limits within which the likelihood exceeds 0.796,542, within twice, thrice and four times the probable error the values of the likelihood exceed 0.402,577, 0.129,098, and 0.026,267; within once, twice and thrice the standard error, they exceed 0.606,051, 0.135,335 and 0.011,109.

The concepts of probability and likelihood are applicable to two mutually exclusive categories of quantities.

We may discuss the probability of occurrence of quantities which can be observed or deduced from observations, in relation to any hypotheses which may be suggested to explain these observations. We can know nothing of the probability of hypotheses or hypothetical quantities. On the other hand we may ascertain the likelihood of hypotheses and hypothetical quantities by calculation from observations; while to speak of the likelihood (as here defined) of an observable quantity has no meaning.

*Rothamsted Experimental Station
Harpenden, England. October 1920.*

REFERENCES

- BAYES (1763) — *An essay towards solving a problem in the doctrine of chances.* «Phil. Trans.» LIII pp. 370-418.
- H. E. SOPER, A. W. YOUNG, B. M. CAVE, A. LEE and K. PEARSON, *Cooperative Study* (1916) — *On the distribution of the correlation coefficient in small samples.* «Biom.» XI. 328-413.
- R. A. FISHER (1912) — *On an absolute criterion for fitting frequency curves.* «Messenger of Maths.» 1912.
- R. A. FISHER (1915) — *Frequency distribution of the values of the correlation coefficient in samples from an indefinitely large population.* «Biom.» X, 507-521.
- R. A. FISHER (1919) — *The genesis of twins.* «Genetics» IV, 489-499.
- J. A. HARRIS (1916) — *A contribution to the problem of homotyposis.* «Biom.» XI, 204.
- K. PEARSON (1900) — *Homotyposis in the Vegetable Kingdom.* «Phil. Trans.» A. Vol. 197. 1901. p. 295.
- K. PEARSON (1914) — *Tables for statisticians and biometricians.* Table V. Camb. Univ. Press.
- K. PEARSON (1910) — *Homotyposis in the vegetable kingdom.* «Phil. Trans.» A. Vol. 197. 1901. p. 295.
- E. L. THORNDIKE (1905) — *Measurements of twins.* «Columbia Univ. Archives of Philosophy, Psychology and Scientific Methods» N. 1.

TABLE I.

$$z = \tanh^{-1} r = \frac{1}{2} (\log 1 + r - \log 1 - r)$$

For interpolation to seven decimal places apply Everett's Central Difference Formula:

$$f(a + \theta\omega) = \theta f_1 + \varphi f_0 - \frac{\theta\varphi}{6} \{ (\theta + 1) \Delta^2 f_1 + (\varphi + 1) \Delta^2 f_0 \} \\ + \frac{\theta\varphi(\theta + 1)(\varphi + 1)}{120} \{ (\theta + 2) \Delta^4 f_1 + (\varphi + 2) \Delta^4 f_0 \};$$

in which ω is the increment in r , $f_0 = f(a)$, $f_1 = f(a + \omega)$, and $\varphi = 1 - \theta$.

r	z	$\Delta^2 z$	r	z	$\Delta^2 z$	$\Delta^4 z$
.00	0	0	.50	.549,306,1	1779	3
.01	.010,000,3	21	.51	.562,729,8	1863	7
.02	.020,002,7	39	.52	.576,339,8	1954	5
.03	.030,009,0	61	.53	.590,145,2	2050	7
.04	.040,021,4	79	.54	.604,155,6	2153	6
.05	.050,041,7	102	.55	.618,381,3	2262	6
.06	.060,072,2	120	.56	.632,833,2	2377	11
.07	.070,114,7	141	.57	.647,522,8	2503	6
.08	.080,171,3	163	.58	.662,462,7	2635	10
.09	.090,244,2	182	.59	.677,666,1	2777	12
.10	.100,335,3	205	.60	.693,147,2	2931	10
.11	.110,446,9	225	.61	.708,921,4	3095	14
.12	.120,581,0	248	.62	.725,005,1	3273	15
.13	.130,739,9	268	.63	.741,416,1	3466	15
.14	.140,925,6	291	.64	.758,173,7	3674	17
.15	.151,140,4	315	.65	.775,298,7	3899	22
.16	.161,386,7	337	.66	.792,813,6	4146	21
.17	.171,666,7	360	.67	.810,743,1	4414	27
.18	.181,982,7	385	.68	.829,114,0	4709	25
.19	.192,337,2	409	.69	.847,955,8	5029	38
.20	.202,732,6	433	.70	.867,300,5	5387	32
.21	.213,171,3	461	.71	.887,183,9	5777	46
.22	.223,656,1	486	.72	.907,645,0	6213	47
.23	.234,189,5	517	.73	.928,727,4	6696	58
.24	.244,774,1	541	.74	.950,479,4	7237	65
.25	.255,412,8	569	.75	.972,955,1	7843	78
.26	.266,108,4	598	.76	.996,215,1	8527	89
.27	.276,863,8	629	.77	1.020,327,8	9300	112
.28	.287,682,1	659	.78	1.045,370,5	10185	124
.29	.298,566,3	691	.79	1.071,431,7	11194	158
.30	.309,519,6	725	.80	1.098,612,3	12361	190
.31	.320,545,4	759	.81	1.127,029,0	13718	229
.32	.331,647,1	795	.82	1.156,817,5	15304	292
.33	.342,828,3	830	.83	1.188,136,4	17182	362
.34	.354,092,5	871	.84	1.221,173,5	19422	464
.35	.365,443,8	908	.85	1.256,152,8	22126	600
.36	.376,885,9	951	.86	1.293,344,7	25430	798
.37	.388,423,1	994	.87	1.333,079,6	29532	1067
.38	.400,059,7	1037	.88	1.375,767,7	34701	1484
.39	.411,800,0	1086	.89	1.421,925,9	41354	2106
.40	.423,648,9	1134	.90	1.472,219,5	50113	3104
.41	.435,611,2	1185	.91	1.527,524,4		
.42	.447,692,0	1239	.92	1.589,026,9		
.43	.459,896,7	1294	.93	1.658,390,0		
.44	.472,230,8	1354	.94	1.738,049,3		
.45	.484,700,3	1415	.95	1.831,780,8		
.46	.497,311,3	1480	.96	1.945,910,1		
.47	.510,070,3	1550	.97	2.092,295,7		
.48	.522,984,3	1620	.98	2.297,559,9		
.49	.536,060,3	1698	.99	2.646,652,4		

TABLE I (continued).

r	z	$\Delta^2 z$	r	z	$\Delta^2 z$	$\Delta^4 z$
.900	1.472,219,5	498	.950	1.831,780,8	1999	6
.901	1.477,507,7	510	.951	1.842,138,5	2082	4
.902	1.482,846,9	518	.952	1.852,704,4	2169	6
.903	1.488,237,9	531	.953	1.863,487,2	2262	8
.904	1.493,682,0	541	.954	1.874,496,2	2363	4
.905	1.499,180,2	553	.955	1.885,741,5	2468	9
.906	1.504,733,7	564	.956	1.897,233,6	2582	8
.907	1.510,343,6	576	.957	1.908,983,9	2704	8
.908	1.516,011,1	591	.958	1.921,004,6	2834	9
.909	1.521,737,7	601	.959	1.933,308,7	2973	14
.910	1.527,524,4	617	.960	1.945,910,1	3126	7
.911	1.533,372,8	629	.961	1.958,824,1	3286	17
.912	1.539,284,1	645	.962	1.972,066,7	3463	13
.913	1.545,259,9	659	.963	1.985,655,6	3653	14
.914	1.551,301,6	675	.964	1.999,609,8	3857	22
.915	1.557,410,8	691	.965	2.013,949,7	4083	16
.916	1.563,589,1	707	.966	2.028,697,9	4325	26
.917	1.569,838,4	725	.967	2.043,878,6	4593	22
.918	1.576,159,6	741	.968	2.059,518,6	4883	32
.919	1.582,555,2	761	.969	2.075,646,9	5205	30
.920	1.589,026,9	781	.970	2.092,295,7	5557	39
.921	1.595,576,7	799	.971	2.109,500,2	5948	41
.922	1.602,206,4	821	.972	2.127,299,5	6380	50
.923	1.608,918,2	841	.973	2.145,736,8	6862	57
.924	1.615,714,4	866	.974	2.164,860,3	7401	65
.925	1.622,596,6	886	.975	2.184,723,9	8005	78
.926	1.629,567,7	913	.976	2.205,388,0	8687	90
.927	1.636,630,1	937	.977	2.226,920,8	9459	110
.928	1.643,786,2	963	.978	2.249,399,5	10341	125
.929	1.651,038,6	990	.979	2.272,912,3	11348	160
.930	1.658,390,0	1020	.980	2.297,559,9	12515	187
.931	1.665,843,4	1049	.981	2.323,459,0	13869	231
.932	1.673,401,7	1079	.982	2.350,745,0	15454	291
.933	1.681,067,9	1114	.983	2.379,576,4	17330	362
.934	1.688,845,5	1146	.984	2.410,140,8	19568	465
.935	1.696,737,7	1182	.985	2.442,662,0	22271	599
.936	1.704,748,1	1220	.986	2.477,410,3	25573	799
.937	1.712,880,5	1258	.987	2.514,715,9	29674	1066
.938	1.721,138,7	1300	.988	2.554,988,9	34841	1485
.939	1.729,526,9	1342	.989	2.598,746,0	41493	2106
.940	1.738,049,3	1389	.990	2.646,652,4	50251	3101
.941	1.746,710,6	1434	.991	2.699,583,9	62410	4773
.942	1.755,515,3	1486	.992	2.758,726,4	78742	7720
.943	1.764,468,6	1537	.993	2.825,743,1	103094	13588
.944	1.773,575,6	1594	.994	2.903,069,2	141034	25134
.945	1.782,842,0	1652	.995	2.994,480,7	204108	55510
.946	1.792,273,6	1713	.996	3.106,303,0	322692	147648
.947	1.801,876,5	1780	.997	3.250,394,5	588914	583273
.948	1.811,657,4	1847	.998	3.453,377,4	1438409	
.949	1.821,623,0	1922	.999	3.800,201,2		

Above .990, for accuracy to seven decimal places, and generally above .995, the exact formula, $z = \frac{1}{2} (\log_e \overline{1+r} - \log_e \overline{1-r})$, should be employed.

TABLE II.

$$\varphi = \tanh^{-1} \frac{s-2}{s} = \frac{1}{2} \log \frac{s-1}{s+1}$$

s	φ	s	φ	s	φ	s	φ
1	—	26	1.609,437,9	51	1.956,011,5	76	2.158,744,1
2	0	27	1.629,048,3	52	1.965,912,8	77	2.165,866,7
3	.346,573,6	28	1.647,918,4	53	1.975,621,9	78	2.171,902,7
4	.549,306,1	29	1.666,102,3	54	1.985,146,0	79	2.178,354,4
5	.693,147,2	30	1.683,647,9	55	1.994,492,0	80	2.184,723,9
6	.804,719,0	31	1.700,598,7	56	2.003,666,6	81	2.191,013,3
7	.895,879,7	32	1.716,993,6	57	2.012,675,8	82	2.197,224,6
8	.972,955,1	33	1.732,868,0	58	2.021,525,6	83	2.203,359,6
9	1.039,720,8	34	1.748,253,8	59	2.030,221,5	84	2.209,420,3
10	1.098,612,3	35	1.763,180,3	60	2.038,768,7	85	2.215,408,4
11	1.151,292,5	36	1.777,674,0	61	2.047,172,3	86	2.221,325,6
12	1.198,947,6	37	1.791,759,5	62	2.055,436,9	87	2.227,173,6
13	1.242,453,3	38	1.805,459,0	63	2.063,567,2	88	2.232,954,1
14	1.282,474,7	39	1.818,793,1	64	2.071,567,4	89	2.238,668,4
15	1.319,528,7	40	1.831,780,8	65	2.079,441,5	90	2.244,318,2
16	1.354,025,1	41	1.844,439,7	66	2.087,193,6	91	2.249,904,8
17	1.386,294,4	42	1.856,786,0	67	2.094,827,4	92	2.255,429,8
18	1.416,606,7	43	1.868,834,8	68	2.102,346,3	93	2.260,894,3
19	1.445,185,9	44	1.880,600,1	69	2.109,753,9	94	2.266,299,7
20	1.472,219,5	45	1.892,094,8	70	2.117,053,3	95	2.271,647,4
21	1.497,866,1	46	1.903,331,2	71	2.124,247,6	96	2.276,938,4
22	1.522,261,2	47	1.914,320,7	72	2.131,339,9	97	2.282,174,1
23	1.545,521,2	48	1.925,073,8	73	2.138,333,1	98	2.287,355,5
24	1.567,747,1	49	1.935,600,5	74	2.145,229,7	99	2.292,483,7
25	1.589,026,9	50	1.945,910,1	75	2.152,032,5	100	2.297,559,9

FIG. 1.

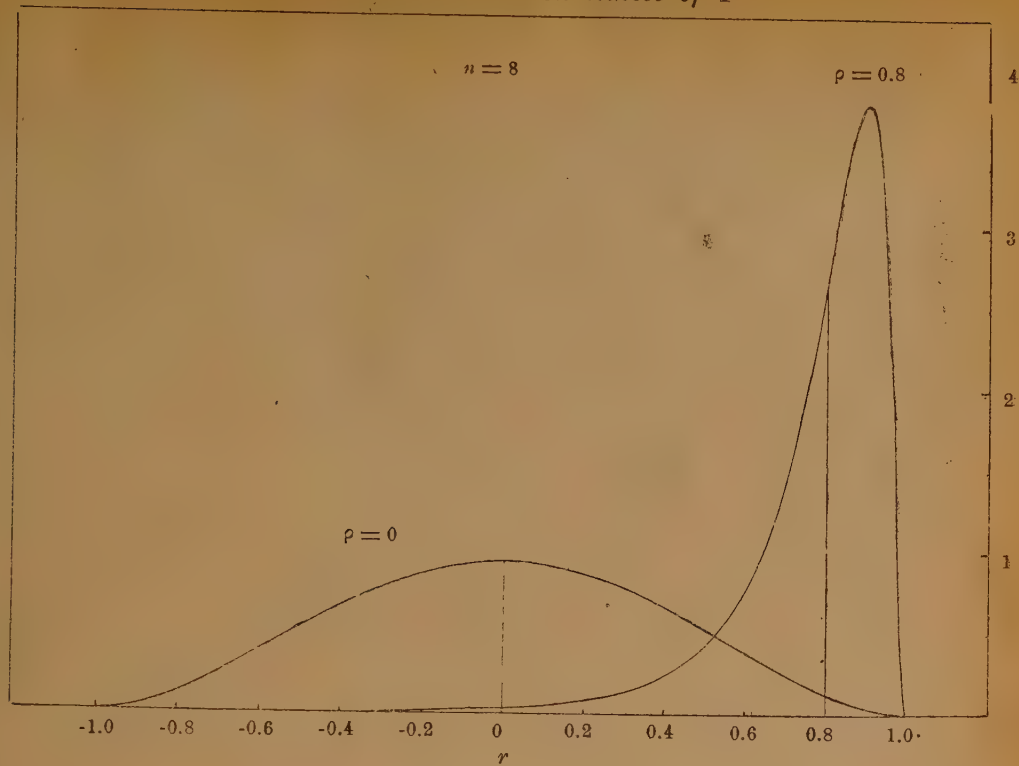
Correlation between classes of 1

FIG. 3.

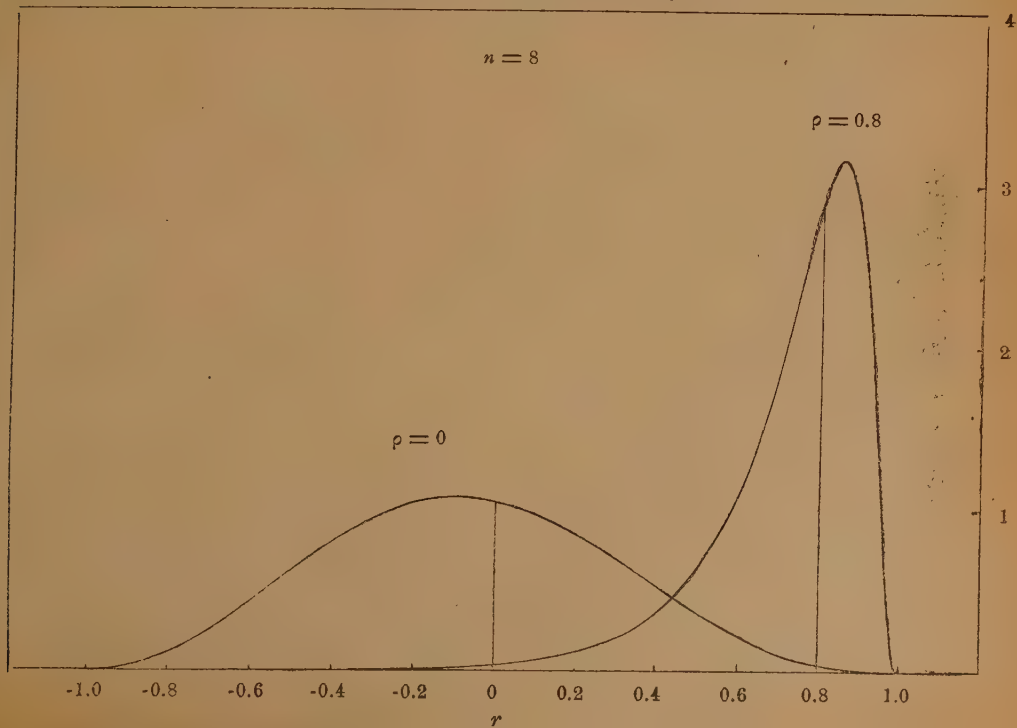
Correlation within classes of 2

FIG. 2.

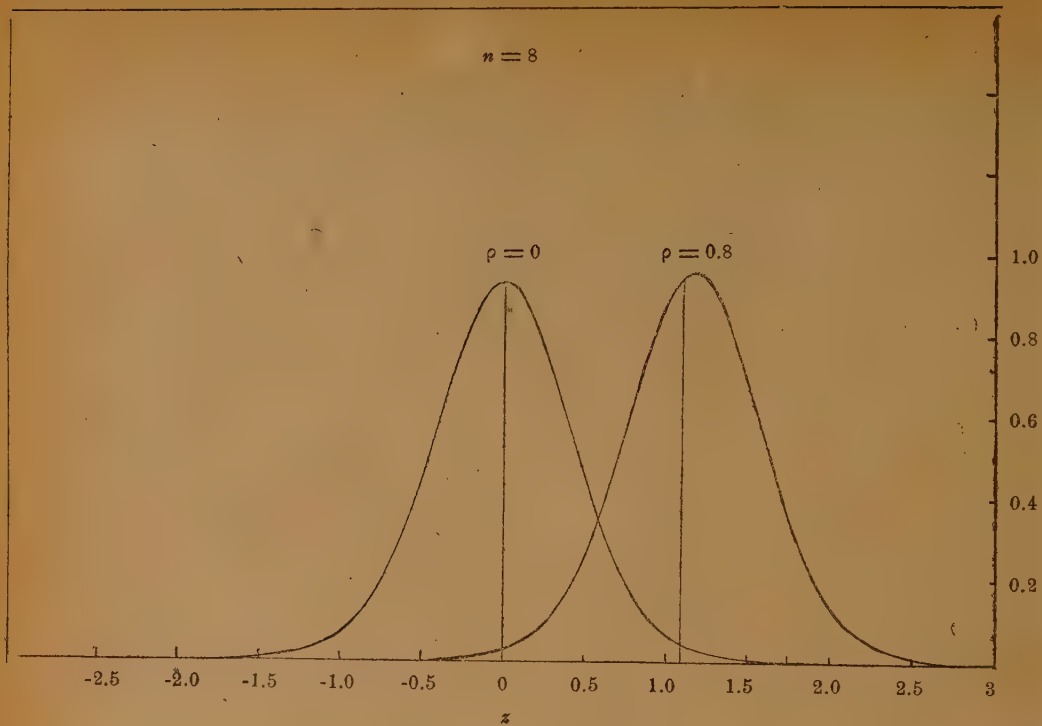
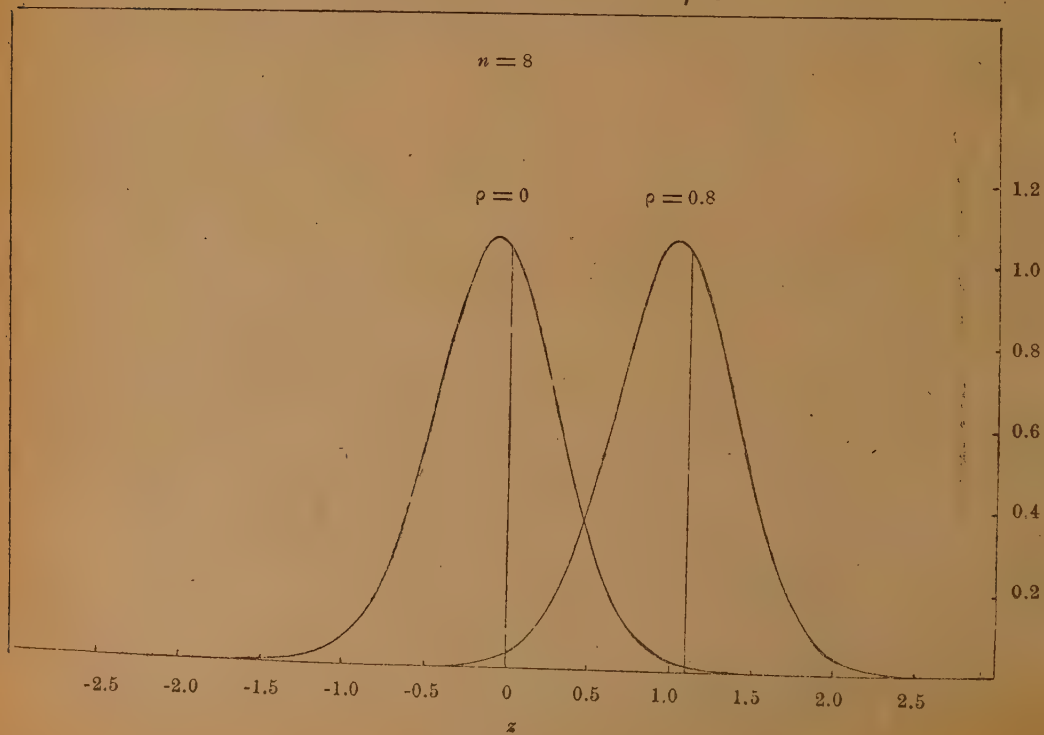
Correlation between classes of 1

FIG. 4.

Correlation within classes of 2

EXPLANATION OF DIAGRAMS

The diagrams illustrate the curves of random sampling of the correlation coefficient. Figures 1 and 2 illustrate the ordinary case in which it is not assumed that the two variables have the same mean and standard deviation; these have been called interclass correlations, the number in each class being unity. In each case the number of pairs of observations is 8. Figures 3 and 4 give the corresponding curves for intraclass correlations within classes of 2; as when measurements of pairs of brothers are arranged in a symmetrical table. In figures 1 and 3 it will be seen that when these correlations are distributed over the scale of r , the curves are far from normal even when $\rho=0$, and when $\rho=0.8$ they become extremely skew; the probable error, based on the standard deviation of these curves, gives no adequate notion of the chances of random sampling; partly because the curves are skew, and may be infinitely skew even for high values of n ; partly because the curves change greatly in standard deviation, and in form, as ρ changes. The population value, ρ , is marked in each case by an ordinate.

In figures 2 and 4 are shown the curves of random sampling on the scale of z ; to the eye these curves appear symmetrical, and even for 8 pairs of observations are sufficiently near to normality to be effectively represented by a probable error. For the intraclass correlations the probable error, and indeed the entire curve is identical for all values of ρ ; for the interclass correlations the probable error is somewhat larger, and is slightly variable; the higher mode of the curve for $\rho=0.8$ indicating that the standard error of high correlations is slightly exaggerated by the formula $\frac{1}{\sqrt{n-3}}$. The greater accuracy obtained by assuming a common mean and standard deviation, when this assumption is justified, is shown in figures 1 and 3, by the higher mode of the curve for $\rho=0$, but it is entirely masked in the curve $\rho=0.8$, by the negative bias of the interclass correlation and the positive bias of the interclass correlation, which owing to the rapid changes of form of the curves on the r scale, obscure the increased

accuracy of the interclass value. In figure 3 that negative bias is seen from the displaced mode of the curve $\rho = 0$.

In figures 2 and 4 the nature of the bias due to the method of calculation is clearly shown, for although the curves are all to the eye symmetrical, the population value is centrally placed only for $\rho = 0$, of the interclass curves; for these the bias is proportional to ρ , being negative when ρ is negative; the mean mode, median and the value of z for which ρ is an optimum all lie close together at the centre of the curve, exceeding the population value by about $\frac{\rho}{2n-1}$, which is the correction necessary for this case. For the intraclass correlations the bias is negative and independent of ρ , and is adequately allowed for by adding $\frac{1}{2n-1}$ to all observed values of z . These corrections are not derived from any supposed distribution of ρ , or ζ , the distribution of which is regarded as completely unknown; and about which it is most undesirable to make assumptions, if an objective value for the correlation is to be obtained from the sample.

It should be clear that the correction adds little to the likelihood of an individual value, but is needed when accurate comparisons are made between correlations, and especially averages of correlations, which have perhaps been calculated from samples of different sizes, or by different methods.

S. D. WICKSELL

An exact formula for spurious correlation

If three organs x_1, x_2, x_3 are entirely independent of each other and the indices $z_1 = \frac{x_1}{x_3}$ and $z_2 = \frac{x_2}{x_3}$ are calculated, there will be a *spurious* correlation in their variation. If m and σ are the mean and dispersion of any variate x , and $v = \frac{\sigma}{m}$, this spurious correlation is shown by professor PEARSON (1) to be approximately

$$\rho = \frac{v_3^2}{\sqrt{(v_1^2 + v_3^2)(v_2^2 + v_3^2)}}$$

The approximation made here depends on the assumption that the cubes and higher powers of the ratio of the deviations from the mean to the mean can be neglected.

We shall attempt to show how this assumption may be dropped, or at least how it becomes unnecessary, when conditions for independency in the variates x_1, x_2, x_3 are somewhat extended beyond the condition that the coefficients r_{12}, r_{13}, r_{23} are all zero.

General conditions for independency (2). In order that the variates x_1, x_2, x_3 should be considered independent, it is required

(1) *On a form of spurious correlation which may arise when indices are used in the measurement of organs.* « Proc. of the Roy. Soc. », Vol. LX, 1897.

(2) The definition of independency here given corresponds to the general definition in the theory of probability i. e. that the probability of any combination of values x_1, x_2, x_3 is equal to the product of the probabilities of each component value. It was, as far as I am aware, first proposed by the newly deceased prof. H. BRUNS.

that the mean of the product of any separate functions of x_1, x_2, x_3 does not differ materially from the product of the means of the same functions. Denoting by X_i any function of x_i , and by $M(X_i)$ its mean value, we should have (within the errors of sampling)

$$M(X_1 \cdot X_2 \cdot X_3) = M(X_1) \cdot M(X_2) \cdot M(X_3).$$

We have now as definition of the correlation coefficient ρ :

$$\rho = \frac{M(z_1 \cdot z_2) - M(z_1) \cdot M(z_2)}{\sqrt{(M(z_1^2) - M^2(z_1)) (M(z_2^2) - M^2(z_2))}}.$$

Putting $X_3 = \frac{1}{x_3}$ we may write

$$z_1 = x_1 X_3; \quad z_2 = x_2 X_3.$$

Hence, if

$$M_3 = M(X_3)$$

$$\Sigma_3^2 = M(X_3^2) - M^2(X_3)$$

we get, assuming x_1, x_2, x_3 to be independent in the above sense,

$$M(z_1) = m_1 \cdot M_3; \quad M(z_2) = m_2 \cdot M_3;$$

$$\begin{aligned} M(z_1^2) - M^2(z_1) &= (\sigma_1^2 + m_1^2)(\Sigma_3^2 + M_3^2) - m_1^2 M_3^2 = \\ &= \sigma_1^2 \Sigma_3^2 + m_1^2 \Sigma_3^2 + M_3^2 \sigma_1^2; \end{aligned}$$

$$M(z_2^2) - M^2(z_2) = \sigma_2^2 \Sigma_3^2 + m_2^2 \Sigma_3^2 + M_3^2 \sigma_2^2;$$

$$\begin{aligned} M(z_1 \cdot z_2) - M(z_1) \cdot M(z_2) &= M(x_1 \cdot x_2 \cdot X_3^2) - m_1 m_2 M_3^2 = \\ &= m_1 m_2 (\Sigma_3^2 + M_3^2) - m_1 m_2 M_3^2 = \\ &= m_1 m_2 \Sigma_3^2. \end{aligned}$$

The result with regard to ρ is now

$$\rho = \frac{m_1 m_2 \Sigma_3^2}{\sqrt{(\sigma_1^2 \Sigma_3^2 + m_1^2 \Sigma_3^2 + M_3^2 \sigma_1^2)(\sigma_2^2 \Sigma_3^2 + m_2^2 \Sigma_3^2 + M_3^2 \sigma_2^2)}},$$

or dividing by $m_1 m_2 M_3^2$ and putting

$$\frac{\Sigma_3^2}{M_3^2} = V_3,$$

we get

$$\rho = \frac{V_3^2}{\sqrt{(v_1^2 + V_3^2 + v_1^2 V_3^2)(v_2^2 + V_3^2 + v_2^2 V_3^2)}}$$

This is an exact formula for the spurious correlation ρ . It is expressed in terms of the coefficients of variation of x_1 , x_2 and $\frac{1}{x_3}$.

The formula may be reduced to the form given by PEARSON in the following way: By a well-known process we find, v_i being the i :th moment about the mean of x_3 ,

$$M_3 = \frac{1}{m_3} \left[1 + \frac{v_2}{m_3^2} - \frac{v_3}{m_3^3} + \frac{v_4}{m_3^4} - \dots \right];$$

$$\Sigma_3^2 = \frac{1}{m_3^2} \left[\frac{v_2^2}{m_3^2} - 2 \frac{v_3}{m_3^3} + \frac{3v_4}{m_3^4} - \frac{v_2^2}{m_3^4} - 2 \frac{v_2 v_3}{m_3^5} + \dots \right].$$

Now, at times these series may be divergent (even in the case that always $x_3 > 0$) but generally they will converge very rapidly. Neglecting $\frac{v_3}{m_3^3}$ and $\frac{v_4}{m_3^4}$ etc. as compared to $\frac{v_2}{m_3^2}$ and $\frac{v_2}{m_3^2}$ as compared to 1, we find, as $v_3^2 = \frac{v_2}{m_3^2}$,

$$\frac{\Sigma_3^2}{M_3^2} = V_3^2 = v_3^2.$$

As a rule this approximation will be allowed, as when indices are used v_3^2 will generally be a small number, $\frac{v_4}{m_3^4}$ of the order of v_3^4 and, when the distribution is not very skew, $\frac{v_3}{m_3^3}$ of an even smaller order.

Putting in the formula for ρ , $V_3^2 = v_3^2$, and neglecting again v_3^2 as compared to 1, it takes the form originally given by PEARSON.

To this kind of approximation, which is widely used in expressing moments of $\frac{1}{x}$ in terms of the moments of x , some

remarks may be appropriate. Take for instance a case when x is normally distributed. We have then

$$\frac{v_i}{m^i} = \begin{cases} 0 & \text{when } i \text{ is odd} \\ 1.3.5 \dots (i-1) v^i & \text{when } i \text{ is even} \end{cases}$$

Hence, in case x_3 were normally distributed, we should have, theoretically,

$$M_3 = \frac{1}{m_3} (1 + v_3^2 + 3 v_3^4 + 15 v_3^6 + \dots)$$

and a similar series for Σ_3^2 . But these series are divergent and approximations based on them may be wholly misleading. In practice, however, even by reasonably normal distribution, the higher moments will not with growing order grow so fast as the rule

$$v_{2i} = 1.3.5 \dots (2i-1) \cdot v_2^i$$

gives the impression. In practice, we have always a value which the observations do not exceed. If, say, x_3 is positive and smaller than $(1+a)m_3$, a cannot, when the distribution is nearly normal, very well be greater than some 2 or 3. Many statisticians would, indeed, when the distribution is fairly symmetrical exclude observations in excess of $2m_3$, thus making $a=1$. The moment about the mean and of the order i is now certainly smaller than the greatest of the quantities m_3^i and $a^i m_3^i$.

Hence (when $a \geq 1$)

$$\frac{v_i}{m_3^i} < a^i.$$

If, as in organic measurements I suppose is generally so, a is considerably smaller than unity, we have always

$$\frac{v_i}{m_3^i} < 1,$$

and the series will probably converge numerically. But it is not certain that they converge so fast as is generally assumed.

But when the distribution of x_3 is considerably skew, as will generally be the case when economical or demographical

data are used, its range of variation may extend to several times the mean. The observed values of x_3 are for instance contained between $m_3(1 - b)$ and $m_3(1 + a)$. We have then (x_3 being assumed to be always positive)

$$0 < b < 1,$$

but it may be that a is considerably greater than 1. In this case the coefficients of variation of higher order, $\frac{v_i}{m_3}$, may with growing order i take such values that the series are numerically useless. Even the case $v_3 > 1$ is not impossible.

A very interesting instance of spurious correlation arises in stellar astronomy when the apparent proper motions of the stars are studied. Let x_1 and x_2 be the components of the linear absolute velocity of a star on two rectangular axes at right angles to the line of sight, and let x_3 be the distance of the star. Then the indices $z_1 = \frac{x_1}{x_3}$ and $z_2 = \frac{x_2}{x_3}$ are the observed angular velocities or so called proper motions of the star. Forming a correlation table of the proper motions of stars in a small region of the sky, we should expect the correlation to be affected by a spurious term arising from the common denominator x_3 . It is evidently very important to get an opinion of the amount of this spurious correlation. I do not think PEARSONS approximation will be sufficient in this case, the variation coefficient of the distance x_3 probably being altogether too great. Assuming for a moment the distance of the stars in a small region to be subject to the distribution

$$f(x_3) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{x_3^2}{\sigma_3^3} e^{-\frac{x_3^2}{2\sigma_3^2}}$$

which would be the case if the stars were distributed according to the law of MAXWELL, we should find $v_3 = 0.42$. But for the coefficient of variation of $\frac{1}{x_3}$ we should find the value $V_3 = 0.76$. Thus the approximation $V_3^2 = v_3^2$ does not work at

all in such a case. Another assumption (made by several astronomers) is that

$$f(x_3) = \frac{5 \log e}{\sqrt{2\pi} \cdot \alpha \cdot x_3} e^{-\frac{(5 \log x_3 - l_0)^2}{2\alpha^2}}$$

This frequency function has the merit to be symmetrical with regard to the two variables x_3 and $\frac{1}{x_3}$.

Hence the coefficients of variation of x_3 and $\frac{1}{x_3}$ will here be equal. We have

$$v_3^2 = V_3^2 = e \frac{0.2121 \cdot \alpha^2}{-1}$$

The *logarithmic* dispersion α of the distance x_3 could be determined from a study of the magnitudes (1). Assuming the absolute magnitude of a star to be independent of the distance we have

$$\alpha^2 = k^2 - K^2,$$

where k is the dispersion of the apparent magnitudes, and K is the dispersion of the absolute magnitudes.

But k is probably about 3 and K about 2. Hence α is about 2. Then we should get

$$v_3^2 = V_3^2 = 1.7.$$

Now this determination is naturally very uncertain. But it is sufficient to show, that v_3^4 cannot very well be neglected as compared to v_3^2 .

The conclusion is that in a case like this the exact formula for ρ should be used. The coefficients v_1 , v_2 and V_3 are the coefficients of variation of the two components of *linear motion* and of the *parallax*. They could be easily determined from the correlation table of the proper motions on the assumption that the linear motion is independent of the distance and pro-

(1) The magnitude of a star is $-2.5 \log \zeta$ where ζ is the intrinsic luminosity.

vided the motion of the sun and the so called velocity-ellipsoid are known.

But really, the quantities v_1 and v_2 need not be determined. Denoting by w_1 and w_2 the coefficients of variation of the (observed) indices z_1 and z_2 , the formula for the spurious correlation is transformed into

$$\rho = \frac{V_3^2}{w_1 \cdot w_2}.$$

This transformation only depends on the assumption (generally made in stellar astronomy) that the motion is independent of the distance. The whole determination of the spurious correlation is thus brought back on the determination of the coefficient of variation of the parallax alone. If it were allowed to assume the components of the linear motion x_1 and x_2 to be independent, and if r is the coefficient of correlation actually found between z_1 and z_2 we should have

$$r^2 = \rho^2 = \frac{V_3^2}{w_1 \cdot w_2}$$

und then V_3 could be found from r and w_1 and w_2 . This assumption is however not allowed, as there is generally a distinct correlation between x_1 and x_2 . But it could be made approximately true by rotating the axes till the x_1 -axis falls along the great circle going through the so called true vertex of the motions. As this vertex is rather accurately known the theory could be used to determine the coefficient of variation of the parallaxes. Several important stellar constants depend on this coefficient of variation.

It should be remarked, though it is really selfevident, that the amount of spurious correlation depends in a high degree on the mean values m_1 and m_2 of the variates x_1 and x_2 . It is not necessary to assume, and it was nowhere above assumed, that x_1 and x_2 are by nature positive variates. Hence it may occur that m_1 and m_2 are exceedingly small as compared to the respective dispersions in x_1 and x_2 . As then the coefficients of variation of x_1 and x_2 are correspondingly great, ρ will be small. When either m_1 or m_2 is zero ρ will according to any of the above formulae be zero.

In the astronomical case here sketched, $-m_1$ and $-m_2$ are (theoretically) the components (in the system of reference) of the solar motion. Hence in regions of the sky, where there is no secular parallax (regions around the apices) we cannot expect the spurious correlation in the proper motions to be of material value. Further, in any region of the sky, if one axis in the system of coordinates on which the motions are projected falls along the great circle through the apex of solar motion, the spurious correlation ρ will be immaterial.

Über die Korrelationsfläche der arithmetischen Durschnitte

(Ein Grenztheorem)

1. — Wenn eine Grösse X k verschiedene Werte - $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k$ - annehmen kann, wobei dem Werte ξ_1 die Wahrscheinlichkeit p_1 , dem Werte ξ_2 - die Wahrscheinlichkeit p_2 u.s.w. zukommt und $\sum_{i=1}^k p_i = 1$ ist, so nenne ich die Gesamtheit der Werte $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k$ und der ihnen zugeordneten Wahrscheinlichkeiten $p_1, p_2, \dots, p_k$ « das Gesetz der Verteilung der Werte der zufälligen Variablen X » oder kürzer « *das Verteilungsgesetz von X* ».

Wenn zwei Grössen X und Y verschiedene Werte $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k$; $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_l$ annehmen können, wobei die Wahrscheinlichkeit, dass gleichzeitig X den Wert ξ_i und Y den Wert η_j annimmt, gleich p_{ij} ist und $\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l p_{ij} = 1$, so nenne ich die Gesamtheit der Werte $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k$; $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_l$; $p_{1,1}, p_{1,2}, \dots, p_{k,l}$ « das Gesetz der gegenseitigen Abhängigkeit der zufälligen Variablen X und Y » oder kürzer « *das Abhängigkeitsgesetz von X und Y* ».

In gleicher Weise nenne ich die Gesamtheit der möglichen Werte einer beliebigen Anzahl von Grössen - $X, Y, Z, \dots$ - und der jeder Kombination derselben zukommenden Wahrscheinlichkeiten « das Gesetz der gegenseitigen Abhängigkeit der zufälligen Variablen $X, Y, Z, \dots$ » oder kürzer « *das Abhängigkeitsgesetz von $X, Y, Z, \dots$* ».

Ich nenne die zufällige Variable X *unabhängig* von $Y, Z, \dots$, wenn das Verteilungsgesetz von X dasselbe bleibt ungeachtet dessen, welche unter ihren möglichen Werten die Variablen $Y, Z, \dots$ annehmen.

Die mathematische Erwartung einer zufälligen variablen v bezeichne ich mit $E\{v\}$ oder mit Ev . Wir haben also

$$E\{x\} = Ex = \sum_{i=1}^h p_i \xi_i$$

$$E\{xy\} = Exy = \sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^l p_{i,j} \xi_i \eta_j$$

u. s. w.

2. — An n zufälligen Variablen, - $X_1, X_2, \dots, X_n$, - deren jede ihrem eigenen Verteilungsgesetze folgt, werden N gegenseitig unabhängige Versuche vorgenommen, wobei das Abhängigkeitgesetz der Variablen $X_1, X_2, \dots, X_n$ bei allen N Versuchen dasselbe bleibt. Man bezeichne mit $X_i^{(j)}$ den empirischen Werth, welchen die Variable X_i beim j -ten Versuche erhält und setze

$$E\{X_1^{r_1} X_2^{r_2} \dots X_n^{r_n}\} = m_{r_1, r_2, \dots, r_n}$$

$$E\{[X_1 - m_{1,0,0,\dots,0}]^{r_1} [X_2 - m_{0,1,0,\dots,0}]^{r_2} \dots [X_n - m_{0,0,0,\dots,0,1}]^{r_n}\} = \mu_{r_1, r_2, \dots, r_n}$$

$$X_{i;(N)} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N X_i^{(j)}$$

$$E\{[X_{1;(N)}]^{r_1} [X_{2;(N)}]^{r_2} \dots [X_{n;(N)}]^{r_n}\} = m_{r_1, r_2, \dots, r_n; (N)}$$

$$E\{[X_{1;(N)} - m_{1,0,0,\dots,0}]^{r_1} [X_{2;(N)} - m_{0,1,0,\dots,0}]^{r_2} \dots [X_{n;(N)} - m_{0,0,0,\dots,0,1}]^{r_n}\} = \mu_{r_1, r_2, \dots, r_n; (N)}$$

Da das Abhängigkeitgesetz der Variablen bei allen N Versuchen dasselbe ist, so ist

$$E\{[X_1^{(j)}]^{r_1} [X_2^{(j)}]^{r_2} \dots [X_n^{(j)}]^{r_n}\} = m_{r_1, r_2, \dots, r_n}$$

$$E\{[X_1^{(j)} - m_{1,0,0,\dots,0}]^{r_1} [X_2^{(j)} - m_{0,1,0,\dots,0}]^{r_2} \dots [X_n^{(j)} - m_{0,0,0,\dots,0,1}]^{r_n}\} = \mu_{r_1, r_2, \dots, r_n}$$

Daraus, dass die einzelnen Versuche gegenseitig unabhängig sind, folgt, dass

$$E\{[X_1^{(j_1)}]^{r_1} [X_2^{(j_2)}]^{r_2} \dots [X_n^{(j_n)}]^{r_n}\} = \{E[X_1^{(j_1)}]^{r_1}\} \{E[X_2^{(j_2)}]^{r_2}\} \dots \{E[X_n^{(j_n)}]^{r_n}\}$$

$$E\{[X_1^{(j_1)} - m_{1,0,0,\dots,0}]^{r_1} [X_2^{(j_2)} - m_{0,1,0,\dots,0}]^{r_2} \dots [X_n^{(j_n)} - m_{0,0,0,\dots,0,1}]^{r_n}\} =$$

$$= \{E[X_1^{(j_1)} - m_{1,0,0,\dots,0}]^{r_1}\} \{E[X_2^{(j_2)} - m_{0,1,0,\dots,0}]^{r_2}\} \dots \{E[X_n^{(j_n)} - m_{0,0,0,\dots,0,1}]^{r_n}\},$$

falls die Grössen $j_1, j_2, \dots, j_n$ alle von einander verschieden sind.
Setzt man nun

$$N(N-1)(N-2) \dots (N-h+1) = N^{[-h]},$$

so erhält man mühelos die Beziehungen :

$$\begin{aligned}
 m_{1,1;(N)} &= \frac{1}{N^2} E \left\{ \left[\sum_{j=1}^N X_1^{(j)} \right] \left[\sum_{j=1}^N X_2^{(j)} \right] \right\} = \frac{1}{N^2} \left\{ N m_{1,1} + N^{[-2]} m_{1,0} m_{0,1} \right\} \\
 m_{1,1,1;(N)} &= \frac{1}{N^3} \left\{ N m_{1,1,1} + N^{[-2]} [m_{1,1,0} m_{0,0,1} + m_{1,0,1} m_{0,1,0} + m_{0,1,1} m_{1,0,0}] + \right. \\
 &\quad \left. + N^{[-3]} m_{1,0,0} m_{0,1,0} m_{0,0,1} \right\} \\
 m_{1,1,1,1;(N)} &= \frac{1}{N^4} \left\{ N m_{1,1,1,1} + N^{[-2]} [m_{1,1,1,0} m_{0,0,0,1} + m_{1,1,0,1} m_{0,0,1,0} + m_{1,0,1,1} m_{0,1,0,0} + \right. \\
 &\quad \left. + m_{0,1,1,1} m_{1,0,0,0} + m_{1,1,0,0} m_{0,0,1,1} + m_{1,0,1,0} m_{0,1,0,1} + m_{1,0,0,1} m_{0,1,1,0}] + \right. \\
 &\quad \left. + N^{[-3]} [m_{1,1,0,0} m_{0,0,1,0} m_{0,0,0,1} + m_{1,0,1,0} m_{0,1,0,0} m_{0,0,0,1} + m_{1,0,0,1} m_{0,1,0,0} m_{0,0,0,1} + \right. \\
 &\quad \left. + m_{0,1,1,0} m_{0,0,0,1} m_{1,0,0,0} + m_{0,1,0,1} m_{0,0,1,0} m_{1,0,0,0} + m_{0,0,1,1} m_{0,1,0,0} m_{1,0,0,0}] + \right. \\
 &\quad \left. + N^{[-4]} m_{1,0,0,0} m_{0,1,0,0} m_{0,0,1,0} m_{0,0,0,1} \right\}
 \end{aligned}$$

und im allgemeinen Falle von n Variablen

$$\begin{aligned}
 m_{1,1,1,\dots,1;(N)} &= \frac{1}{N^n} E \left\{ \left[\sum_{j=1}^N X_1^{(j)} \right] \left[\sum_{j=1}^N X_2^{(j)} \right] \dots \left[\sum_{j=1}^N X_n^{(j)} \right] \right\} = \\
 &= \frac{1}{N^n} \left\{ N m_{1,1,1,\dots,1} + N^{[-2]} \underset{2}{S} m_n + N^{[-3]} \underset{3}{S} m_n + \dots + N^{[-n]} \underset{n}{S} m_n \right\},
 \end{aligned}$$

wobei $\underset{2}{S} m_n$ die Summe aller möglichen Produkte von je zwei

sich in der Weise ergänzenden Faktoren $m_{0,1,1,\dots,1}$ und $m_{1,0,0,\dots,0}$, $m_{0,0,1,\dots,1}$ und $m_{1,1,0,\dots,0}$, u.s.w. bedeutet, dass immer an den Stellen, wo in dem ersten eine 1, in dem zweiten eine 0 steht; $\underset{3}{S} m_n$

bedeutet die Summe aller möglichen Produkte von je drei Faktoren, $\underset{i}{S} m_n$ — die Summe aller möglichen Produkte von je i

Faktoren, welche in der Weise zusammengefügt werden, dass an der, einer jeden der n Variablen reservierten, Stelle ein Faktor eine 1 und alle übrigen eine 0 enthalten.

Beachtet man, dass

$$\mu_{1,0,0,\dots,0} = \mu_{0,1,0,\dots,0} = \mu_{0,0,1,\dots,0} = 0$$

ist, so findet man:

$$\begin{aligned}\mu_{1,1};(N) &= \frac{1}{N} \mu_{1,1} \\ \mu_{1,1,1};(N) &= \frac{1}{N^2} \mu_{1,1,1} \\ \mu_{1,1,1,1};(N) &= \frac{1}{N^4} \left\{ N \mu_{1,1,1,1} + N^{[-2]} \left[\mu_{1,1,0,0} \mu_{0,0,1,1} + \mu_{1,0,1,0} \mu_{0,1,0,1} + \mu_{1,0,0,1} \mu_{0,1,1,0} \right] \right\} = \\ &= \frac{1}{N^2} \left[\mu_{1,1,0,0} \mu_{0,0,1,1} + \mu_{1,0,1,0} \mu_{0,1,0,1} + \mu_{1,0,0,1} \mu_{0,1,1,0} \right] + \\ &+ \frac{1}{N^3} \left[\mu_{1,1,1,1} - \mu_{1,1,0,0} \mu_{0,0,1,1} - \mu_{1,0,1,0} \mu_{0,1,0,1} - \mu_{1,0,0,1} \mu_{0,1,1,0} \right]\end{aligned}$$

Bei $n = 2s$ hat man:

$$\mu_{1,1,\dots,1};(N) = \frac{1}{N^{2s}} \left\{ N \mu_{1,1,\dots,1} + N^{[-2]} S_2 \mu_{2s} + N^{[-3]} S_3 \mu_{2s} + \dots + N^{[-s]} S_s \mu_{2s} \right\},$$

denn alle Summanden in S_{s+1} , S_{s+2} u.s.w. enthalten mindesten einen Faktor von der Form $\mu_{0,0,\dots,0,1,0,\dots,0}$, der gleich 0 ist. Was S_s anbelangt, so umfasst diese Summe alle möglichen Produkte von je s Faktoren, deren jeder an den Stellen von zwei Variablen je eine 1 und an den $2s - 2$ Stellen der übrigen Variablen Nullen enthält, wobei in jedem Produkte an der Stelle jeder der $2s$ Variablen in einem Faktor eine 1 und in allen übrigen Nullen stehen. Die Summe S_{s-1} umfasst zwei Gruppen von Summanden: 1) Produkte von $s-1$ Faktoren, von welchen einer an vier Stellen je eine 1 und an allen übrigen Stellen Nullen enthält und die $s-2$ anderen an je zwei Stellen eine 1 und sonst Nullen enthalten; 2) Produkte von $s-1$ Faktoren, von denen zwei an je drei Stellen eine 1 und sonst Nullen und die $s-3$ übrigen an je 2 Stellen eine 1 und sonst Nullen enthalten; u.s.w.

Bei $n = 2s + 1$ hat man:

$$\mu_{1,1,\dots,1};(N) = \frac{1}{N^{2s+1}} \left\{ N \mu_{1,1,\dots,1} + N^{[-2]} S_2 \mu_{2s+1} + \dots + N^{[-s]} S_s \mu_{2s+1} \right\},$$

wobei in der Summe $S_s \mu_{2s+1}$ alle Produkte, welche einen Faktor von der Form $\mu_{0,0,\dots,0,1,0,\dots,0}$ enthalten, verschwinden und bloss

Produkte von s Faktoren übrig bleiben, von denen einer an drei Stellen je eine 1 und sonst Nullen enthält und die $s - 1$ anderen an je zwei Stellen eine 1 und sonst Nullen enthalten.

3. — Man bezeichne mit σ_z den mittleren quadratischen Fehler von Z , so das $\sigma_z^2 = E \{ [z - Ez]^2 \}$ ist, und setze :

$$r_{h_1, h_2, \dots, h_n} = \frac{\mu_{h_1, h_2, \dots, h_n}}{[\sigma_{x1}]^{h_1} [\sigma_{x2}]^{h_2} \dots [\sigma_{xn}]^{h_n}}$$

$$r_{h_1, h_2, \dots, h_n; (N)} = \frac{\mu_{h_1, h_2, \dots, h_n; (N)}}{[\sigma_{x1; (N)}]^{h_1} [\sigma_{x2; (N)}]^{h_2} \dots [\sigma_{xn; (N)}]^{h_n}}.$$

Da bekanntlich

$$\sigma_{xi; (N)} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sigma_{xi} \quad \text{ist,}$$

so hat man :

$$r_{h_1, h_2, \dots, h_n; (N)} = \frac{N^{\frac{h_1 + h_2 + \dots + h_n}{2}} \mu_{h_1, h_2, \dots, h_n; (N)}}{[\sigma_{x1}]^{h_1} [\sigma_{x2}]^{h_2} \dots [\sigma_{xn}]^{h_n}}$$

Bezeichnet man also mit Sr_{2s} und Sr_{2s+1} die Summen, deren einzelne Summanden aus den Grössen r in der Weise gebildet werden, wie die entsprechenden Summanden in den Summen $S\mu_{2s}$ und $S\mu_{2s+1}$ aus den Grössen μ , so hat man: bei $n = 2s$

$$r_{1,1,\dots,1; (N)} = \frac{1}{N^s} \left\{ N r_{1,1,\dots,1} + N^{[-2]} S_2 r_{2s} + \dots + N^{[-s]} S_s r_{2s} \right\}$$

und bei $n = 2s + 1$

$$r_{1,1,\dots,1; (N)} = \frac{1}{N^{\frac{2s+1}{2}}} \left\{ N r_{1,1,\dots,1} + N^{[-2]} S_2 r_{2s+1} + \dots + N^{[-s]} S_s r_{2s+1} \right\}.$$

Bei wachsendem N strebt mithin $r_{1,1,\dots,1; (N)}$ bei $n = 2s$ dem Grenzwerte Sr_{2s} zu, falls die Grössen $\frac{1}{N^{s-1}} S_{s-1} r_{2s}, \frac{1}{N^{s-2}} S_{s-2} r_{2s}, \dots, \frac{1}{N^{s-1}} r_{1,1,\dots,1}$ bei $N = \infty$ verschwinden, und bei $n = 2s + 1$

strebt $r_{1,1,\dots,1;(N)}$ dem Grenzwerte 0 zu, falls die Grössen $\frac{1}{N^{\frac{1}{2}} s} S r_{2s+1}$,
 $\frac{1}{N^{\frac{3}{2}} s-1} S r_{2s+1}, \dots, \frac{1}{N^{\frac{2s-1}{2}}} r_{1,1,\dots,1}$ bei $N = \infty$ verschwinden.

4. — Ueber die gegenseitigen Beziehungen der einzelnen Variablen $X_1, X_2, \dots, X_n$ zu einander haben wir bis jetzt keine Voraussetzungen eingeführt. Man setze nun h_1 Variablen identisch mit X_1 , h_2 Variablen identisch mit $X_2, \dots, h_i$ Variablen identisch mit X_i . Aus obigem folgt dann, dass bei wachsendem N und $h_1 + h_2 + \dots + h_i = 2s + 1$ die Grösse $r_{h_1, h_2, \dots, h_n; (N)}$ dem Grenzwerte 0 zustrebt, falls $\frac{1}{N^{s + \frac{1}{2} - f}} S r_{2s+1} (f = 1, 2, \dots, s)$ bei $N = \infty$ verschwindet, und dass bei wachsendem N und $h_1 + h_2 + \dots + h_i = 2s$ die Grösse $r_{h_1, h_2, \dots, h_n; (N)}$ dem Grenzwerte zustrebt, welcher aus $S r_{2s}$ erhalten wird, wenn die an den Stellen der identischen Variablen in den einzelnen Ausdrücken r stehenden Einheiten zusammen-addiert werden, - wobei die Voraussetzung gilt, dass $\frac{1}{N^{s-f}} S r_{2s} (f = 1, 2, \dots, s-1)$ bei $N = \infty$ verschwindet.

Die Bedingungen $\left[\frac{1}{N^{s-f}} S r_{2s} \right]_{N=\infty} = 0, \left[\frac{1}{N^{s+\frac{1}{2}-f}} S r_{2s+1} \right]_{N=\infty} = 0$ sind erfüllt, falls die Grössen $\frac{N r_{j_1, j_2, \dots, j_i}}{N^{\frac{j_1 + j_2 + \dots + j_i}{2}}}$ bei wachsendem N dem Grenzwerte 0 zustreben bei allen möglichen Werten von $j_1, j_2, \dots, j_i$, welche den Bedingungen genügen $2 < j_1 + j_2 + \dots + j_i \leq 2s + 1$ und diese Bedingung ist ihrerseits erfüllt, wenn die Grössen $\frac{N r_h}{N^{\frac{h}{2}}} = \frac{N \mu_h}{[N \sigma^2]^{\frac{h}{2}}}$ für jede einzelne Variable mit wachsendem N dem Grenzwerte 0 zustreben, wobei bekanntlich (*) das Verteilungsgesetz des arithmetischen Durchschnittes der empirischen Werte der Variablen bei wachsender Versuchszahl der Gauss-Laplace'schen Form zustrebt.

5. — Vergleicht man die obigen Grenzwerte von $r_{1,1,\dots,1;(N)}$ und $r_{h_1, h_2, \dots, h_i; (N)}$ für $N = \infty$ mit denjenigen, welche nach ISSERLIS

(*) Vgl. etwa A. TCHOUPROFF, *On the mathematical expectation of the moments of frequency distributions*, p. 157 (« Biometrika », vol. XII).

eleganter Beweisführung (*) die « normale » Korrelationsfläche charakterisieren, so überzeugt man sich, dass sie mit den letzteren identisch sind. Wir dürfen also behaupten:

Falls das Abhängigkeitsgesetz von i Variablen der Bedingung genügt

$$\left[\frac{N r_{h_1, h_2, \dots, h}}{N^{\frac{h_1 + h_2 + \dots + h_i}{2}}} \right]_{N=\infty} = 0 \quad (2 < h_1 + h_2 + \dots + h_i),$$

so strebt die Korrelationsfläche der arithmetischen Durchschnitte der empirischen Werte, welche die einzelnen Variablen bei N gegenseitig unabhängigen Versuchen unter gleich bleibendem Abhängigkeitsgesetz zwischen den Variablen erhalten, bei wachsender Versuchszahl N der « normalen » Form zu.

Bei $i = 1$ sind alle Variablen identisch und folglich alle Grössen $r_{1,1,0,\dots,0} = r_{1,0,1,0,\dots,0} = \dots = r_{0,0,\dots,0,1,1} = 1$. In der Summe $\sum_s r_{2s}$ sind also alle Summanden gleich 1. Da nun aus $2s$ Elementen

$$\frac{C_{2s}^2 C_{2s-2}^2 \dots C_4^2}{1.2.3.\dots s} = 1.3.5.\dots (2s-1)$$

verschiedene Gesamtheiten von je s Paaren gebildet werden können, so ist die Zahl der Summanden $\sum_s r_{2s}$ gleich $1.3.5.\dots (2s-1)$ und demnach

$$\left[r_{2s; (N)} \right]_{N=\infty} = 1.3.5.\dots (2s-1).$$

Bei $i = 2$ sind die Grössen $r_{0,0,\dots,0,1,0,\dots,0,1,0,\dots,0} = 1$, falls die beiden 1 an den Stellen der identischen Variablen stehen; sie sind hingegen dem Korrelationskoeffizienten zwischen den Variablen X_1 und $X_2 = r_{x_1, x_2}$ gleich, falls die eine 1 an der Stelle einer Variablen der einen Reihe und die andere an der Stelle einer Variablen der anderen Reihe steht.

Da nun bei einem Vorrat von $2h$ Elementen einer Art und $2s - 2h$ Elementen einer anderen Art verschiedene Gesamtheiten

(*) L. ISSERLIS, *On a formula for the product-moment coefficient of any order of a normal frequency distribution in any number of variables* (« Biometrika », Vol. XII). Die Grössen, die ich mit μ bezeichne, entsprechen den Grössen p von ISSERLIS; mein $r_{1,1,1,\dots,1}$ entspricht dem Isserlis'schen $q_{12,\dots,n}$; mein $r_{h_1, h_2, \dots, h_i}$ entspricht dem Isserlis'schen $q_1^{h_1} q_2^{h_2} \dots q_n^{h_n}$.

von s Paaren, unter welchen $2j$ Paare aus verschiedenartigen und $s - 2j$ Paare aus gleichartigen Elementen bestehen, auf

$$C_{2h}^{2j} C_{2s-2h}^{2j} 1.3.5 \dots (2h-2j-1).1.3.5 \dots (2s-2h-2j-1) \cdot [2j]! = \frac{[2h]![2s-2h]!}{2^s} \frac{(2)^{2j}}{[h-j]![s-h-j]![2j]!}$$

Weisen gebildet werden können, so reduciert sich die Summe $\sum_s S_{r_{2s}}$ in diesem Falle auf

$$\left\{ \frac{[2h]![2s-2h]!}{2^s h![s-h]!} + \frac{[2h]![2s-2h]!}{2^s} \sum_j \frac{(2r_{x_1 x_2})^{2j}}{[h-j]![s-h-j]![2j]!} \right\}$$

wobei sich die $\sum_j$ auf alle ganzzahligen Werte von j von 1 bis zu der kleineren unter den Zahlen h und $s - h$ erstreckt.

Bei einem Vorrat von $2h + 1$ Elementen einer Art und $2s - 2h - 1$ Elementen einer anderen Art erhält man in ähnlicher Weise für $\sum_s S_{r_{2s}}$ den Ausdruck:

$$r_{x_1 x_2} \left\{ \frac{[2h+1]![2s-2h-1]!}{2^s h![s-h]!} + \frac{[2h+1]![2s-2h-1]!}{2^s} \sum_j \frac{(2r_{x_1 x_2})^{2j}}{[h-j]![s-h-j]![2j+1]!} \right\}$$

Für die Korrelationsfläche von $X_{1;(N)}$ und $X_{2;(N)}$ ergibt sich demnach (*):

$$\begin{aligned} \left[r_{2h, 2s-2h; (N)} \right]_{N=\infty} &= \left\{ \frac{[2h]![2s-2h]!}{2^s h![s-h]!} + \frac{[2h]![2s-2h]!}{2^s} \sum_j \frac{(2r_{x_1 x_2})^{2j}}{[h-j]![s-h-j]![2j]!} \right\} \\ \left[r_{2h+1, 2s-2h-1; (N)} \right]_{N=\infty} &= r_{x_1 x_2} \left\{ \frac{[2h+1]![2s-2h-1]!}{2^s h![s-h]!} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{[2h+1]![2s-2h-1]!}{2^s} \sum_j \frac{(2r_{x_1 x_2})^{2j}}{[h-j]![s-h-j]![2j+1]!} \right\}. \end{aligned}$$

(*) Vgl. K. PEARSON and A. W. YOUNG, *On the product-moments of various orders of the normal correlation surface of two variates*, p. 86, (VIII) und (IX) (« Biometrika », Vol. XII). Die Bezeichnung p in dieser Abhandlung entspricht meinem r und dem Isserlis'schen q ; die Bezeichnung q entspricht meinem μ und dem Isserlis'schen p .

E. S. LITTLEJOHN

On an elementary method of finding the moments of the terms of a multiple hypergeometrical series

The moments of the terms of a hypergeometrical series, whether single or double, are usually obtained from suitable differential equations, a method introduced by PEARSON (1). The method adopted in this paper is based on an idea due to GUIDO CASTELNUOVO (2). He applied it to the binomial and single hypergeometrical series, but the results now obtained indicate a method by which the knowledge of the deviations of the frequencies in samples drawn from a finite population can be extended by the use of simple algebra only.

Consider a population N made up of N_1 individuals of class A , N_2 of class B and $(N - N_1 - N_2)$ others. Let a sample n be taken consisting of n_1 of the first, n_2 of the second kind and $(n - n_1 - n_2)$ which belong to neither class. The sample is to be taken by extracting the n individuals one after another without replacement.

Suppose x_i to represent the number of individuals of the A class drawn at the i^{th} extraction so that $x_i = 1$ or 0 . Then the probability that $x_i = 1$ is $\frac{N_1}{N}$ and the probability that $x_i = 0$

is $1 - \frac{N_1}{N}$.

(1) *Phil. Trans.* Vol. 186 A p. 347 (PEARSON: *Binomial series*).
Phil. Mag. 1899 p. 236 (PEARSON: *Single hypergeometrical series*).
Phil. Mag. 1914 p. 379 (ISSERLIS: *Double hypergeometrical series*).
R. S. Proc. Vol. 92 A p. 23 (ISSERLIS: *Frequency moments*).

(2) *Calcolo delle Probabilità* (Milano, 1919).

The mean value of x_i is

$$\bar{x}_i = (1) \left(\frac{N_1}{N} \right) + (0) \left(1 - \frac{N_1}{N} \right) = \frac{N_1}{N}.$$

It follows that $n_1 = \sum_{i=1}^n x_i$ and the mean value of n_1 for all the samples is

$$\bar{n}_1 = \sum_{i=1}^n \bar{x}_i = n \frac{N_1}{N}.$$

Denoting $x_i - \bar{x}_i$ by ξ_i and $n_1 - \bar{n}_1$ by dn_1 then

$$dn_1 = \sum_{i=1}^n \xi_i$$

where ξ_i can have the value $1 - \frac{N_1}{N}$ with the probability $\frac{N_1}{N}$

$$\text{or } \quad \quad \quad -\frac{N_1}{N} \quad \quad \quad 1 - \frac{N_1}{N}$$

Similarly put $n_2 = \sum_{j=1}^n y_j$ and $\eta_j = y_j - \bar{y}_j$ so that $dn_2 = \sum_{j=1}^n \eta_j$

$$\begin{aligned} \mathbf{1.} \text{ — Then } dn_1 \cdot dn_2 &= \sum_{i=1}^n \xi_i \sum_{j=1}^n \eta_j \\ &= \sum \xi_i \eta_i \text{ (containing } n \text{ terms)} \\ &\quad + \sum \xi_i \eta_j (i \neq j, \text{ containing } n(n-1) \text{ terms)} \end{aligned}$$

or Mean $dn_1 \cdot dn_2 = n \cdot \text{Mean } (\xi_i \eta_i) + n \cdot (n-1) \text{Mean } (\xi_i \eta_j)$.
It should be noticed that the probability of drawing an individual of the A class at the i^{th} extraction followed by one of class B at the j^{th} extraction is

$$\frac{N_1}{N} \cdot \frac{N_2}{N-1}.$$

The evaluation of the mean value of $dn_1 \cdot dn_2$ is as follows:

Class drawn at i^{th} extraction	Corresponding value of $\xi_i \eta_i$	Probability of this value	Contribution to Mean of $\xi_i \eta_i$	Total contribution to Mean of $dn_1 \cdot dn_2$
A	$\left(1 - \frac{N_1}{N}\right) \left(-\frac{N_2}{N}\right)$	$\frac{N_1}{N}$	$-\frac{N_1 N_2}{N^3} (N - N_1)$	} $-n \cdot \frac{N_1 N_2}{N^2}$
B	$\left(-\frac{N_1}{N}\right) \left(1 - \frac{N_2}{N}\right)$	$\frac{N_2}{N}$	$-\frac{N_1 N_2}{N^3} (N - N_2)$	
Remainder	$\left(-\frac{N_1}{N}\right) \left(-\frac{N_2}{N}\right)$	$\frac{N - N_1 - N_2}{N}$	$\frac{N_1 N_2}{N^3} (N - N_1 - N_2)$	

A similar table gives the contribution of $\sum \xi_i \eta_j$ towards the mean of $dn_1 \cdot dn_2$. For example out of the nine possible combinations drawn at the i^{th} and j^{th} extractions we may select that in which an individual of the A class is followed by one of class B .

Then $\xi_i \eta_j = \left(1 - \frac{N_1}{N}\right) \left(1 - \frac{N_2}{N}\right)$ with the probability $\frac{N_1}{N} \cdot \frac{N_2}{N-1}$ giving a contribution to the mean of $\xi_i \eta_j$ equal to

$$\frac{N_1 N_2}{N^2 (N-1)} (N - N_1) (N - N_2).$$

The total contribution to the mean $dn_1 \cdot dn_2$ is

$$n(n-1) \cdot \frac{N_1 N_2}{N^2 (N-1)}.$$

$$\begin{aligned} \text{Mean } dn_1 \cdot dn_2 &= -n \cdot \frac{N_1 N_2}{N^2} + n(n-1) \frac{N_1 N_2}{N^2 (N-1)} \\ &= -n \frac{N_1 N_2}{N^2} \left(\frac{N-n}{N-1} \right) \end{aligned}$$

In practice the values of $\frac{N_1}{N}$ and $\frac{N_2}{N}$ are not known and the best approximation is obtained by replacing these by the values $\frac{n_1}{n}$ and $\frac{n_2}{n}$ from the sample. Hence

$$\text{Mean value of } dn_1 \cdot dn_2 = -\frac{n_1 n_2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right).$$

2. — Again

$$\begin{aligned} \text{Mean } dn_1^2 &= \text{Mean } (\sum \xi_i)^2 \\ &= n \cdot \text{Mean } (\xi_i^2) + n(n-1) \text{Mean } (\xi_i \xi_j) \text{ where } i \neq j. \end{aligned}$$

This evaluation only requires the classification of the population N into N_1 individuals belonging to class A and $(N-N_1)$ not of that class. We find

$$\begin{aligned} \text{Mean } dn_1^2 &= n \cdot \frac{N_1}{N} \left(1 - \frac{N_1}{N} \right) - n(n-1) \frac{N_1}{N^2} \left(\frac{N-N_1}{N-1} \right) \\ &= n_1 \left(1 - \frac{n_1}{n} \right) \left(\frac{N-n}{N-1} \right). \end{aligned}$$

3. — The same classification leads to a simple evaluation of

$$\begin{aligned}\text{Mean } dn_1^3 &= \text{Mean } (\sum \xi_i)^3 \\ &= n \cdot \text{Mean}(\xi_i^3) + 3n(n-1) \text{Mean}(\xi_i^2 \xi_j) + n(n-1)(n-2) \text{Mean}(\xi_i \xi_j \xi_k). \\ &= n \frac{N_1}{N^3} (N - N_1)(N - 2N_1) - 3n(n-1) \frac{N_1}{N^3} \frac{(N - N_1)(N - 2N_1)}{N-1} + \\ &\quad + 2n(n-1)(n-2) \frac{N_1}{N^3} \frac{(N - N_1)(N - 2N_1)}{(N-1)(N-2)}\end{aligned}$$

On reduction this gives

$$\text{Mean } dn_1^3 = n_1 \left(1 - \frac{n_1}{n}\right) \left(1 - \frac{2n_1}{n}\right) \left(\frac{N-n}{N-1}\right) \left(\frac{N-2n}{N-2}\right).$$

These results agree with those given by Young and PEARSON (1).

At this stage it is convenient to introduce the notation $e_r = \frac{(n-1)(n-2)(n-3)\dots(n-r)}{(N-1)(N-2)(N-3)\dots(N-r)}$ which is of great use in finding the higher product moments.

We may now write

$$\begin{aligned}\text{Mean } dn_1 \cdot dn_2 &= -\frac{n_1 n_2}{n} (1 - e_1) \\ \text{Mean } dn_1^2 &= n_1 \left(1 - \frac{n_1}{n}\right) (1 - e_1) \\ \text{Mean } dn_1^3 &= n_1 \left(1 - \frac{n_1}{n}\right) \left(1 - \frac{2n_1}{n}\right) (1 - 3e_1 + 2e_2).\end{aligned}$$

4. — Suppose the population N is composed of N_1, N_2, N_3 individuals belonging to classes A, B and C respectively together with N_4 others, so that

$$N_4 = N - N_1 - N_2 - N_3.$$

Consider a sample $n = n_1 + n_2 + n_3 + n_4$.

As before let $dn_1 = \sum_{i=1}^n \xi_i$, $dn_2 = \sum_{j=1}^n \eta_j$ and similarly put $dn_3 = \sum_{k=1}^n \zeta_k$.

(1) *Biometrika*, Vol. XI. pp. 217-218 (1916).

$$\text{Thus } dn_1.dn_2.dn_3 = \sum_{i=1}^n \xi_i \sum_{j=1}^n \eta_j \sum_{k=1}^n \zeta_k$$

$$\begin{aligned} \text{and Mean } dn_1.dn_2.dn_3 &= n \text{ Mean } (\xi_i \eta_i \zeta_i) \\ &+ n(n-1) \{ \text{Mean } (\xi_i \eta_i \zeta_j) + \text{Mean } (\xi_i \eta_j \zeta_i) + \text{Mean } (\xi_j \eta_j \zeta_j) \} \\ &+ n(n-1)(n-2) \text{Mean } (\xi_i \eta_j \zeta_k). \end{aligned}$$

where $i \neq j \neq k$.

In the calculation economy is effected by noticing that in tabulating the values of $\xi_i \eta_i \zeta_j$, $\xi_i \eta_j \zeta_i$ and $\xi_i \eta_j \zeta_j$ corresponding to a specified draw in the i^{th} and j^{th} extractions, there is a common value for the probability. We find

$$\begin{aligned} \text{Mean } dn_1.dn_2.dn_3 &= n. \frac{2N_1 N_2 N_3}{N^3} - n(n-1). \frac{6N_1 N_2 N_3}{N^3(N-1)} + \\ &+ n(n-1)(n-2). \frac{4N_1 N_2 N_3}{N^3(N-1)(N-2)} \\ &= \frac{2n_1 n_2 n_3}{n^2} (1 - 3e_1 + 2e_2). \end{aligned}$$

This result was given by ISSERLIS (1). For the case of an infinite population N we have

$$\text{Mean } dn_1.dn_2.dn_3 = \frac{2n_1 n_2 n_3}{n^2}$$

which was the formula obtained by SOPER (1) for the case of a binomial distribution.

5. — Previous writers have complained of the labour involved in the reduction of the mean value of $dn_1^2.dn_2^2$. In this investigation the tabulation is lengthy, but by careful grouping one achieves the result by the simplest of algebraic operations.

$$\begin{aligned} \text{Mean } dn_1^2.dn_2^2 &= n. \text{Mean } (\xi_i^2 \eta_i^2) + n(n-1) \text{Mean } (\xi_i^2 \eta_j^2) \\ &+ 2n(n-1) \{ \text{Mean } (\xi_i^2 \eta_i \eta_j) + \text{Mean } (\eta_i^2 \xi_i \xi_j) + \text{Mean } (\xi_i \xi_j \eta_i \eta_j) \} \\ &+ n(n-1)(n-2) \{ \text{Mean } (\xi_i^2 \eta_j \eta_k) + \text{Mean } (\eta_i^2 \xi_j \xi_k) \} \\ &+ 4n(n-1)(n-2). \text{Mean } (\xi_i \xi_j \eta_i \eta_k) + n(n-1)(n-2)(n-3) \text{Mean } (\xi_i \xi_j \eta_k \eta_l) \end{aligned}$$

The symmetry of the expression lessens the work considerably, for having found the contribution to (say)

$$\text{Mean } (\xi_i^2 \eta_j \eta_k) + \text{Mean } (\eta_i^2 \xi_j \xi_k)$$

(1) *R. S. Proc.* Vol. 92 A p. 28.

(2) *Biometrika*, Vol. IX. p. 95.

when the extractions are in the order *AAB* the same result is true for the selection *ABA*, while by interchanging N_1 and N_2 we have the corresponding results for *BBA* and *BAB*. We find

$$\begin{aligned} \text{Mean } dn_1^2 \cdot dn_2^2 = & \frac{n}{N^4} N_1 N_2 \{ [N(N_1 + N_2) - 3N_1 N_2] \\ & + e_1 [N^3 - N^2(N_1 + N_2) - N(N_1 + N_2 - N_1 N_2) + 3N_1 N_2] \\ & + 2e_1 [N(N_1 N_2 - 3N_1 - 3N_2) + 9N_1 N_2] \\ & - 2e_2 [N^3 - N^2(N_1 + N_2) - N(2N_1 + 2N_2 - N_1 N_2) + 6N_1 N_2] \\ & + 4e_2 [N(2N_1 + 2N_2 - N_1 N_2) - 6N_1 N_2] \\ & + e_3 [N^3 - N^2(N_1 + N_2) - N(6N_1 + 6N_2 - 3N_1 N_2) + 18N_1 N_2] \} \end{aligned}$$

which reduces to

$$\begin{aligned} \text{Mean } dn_1^2 \cdot dn_2^2 = & \frac{n_1 n_2}{n} \left[N \left(1 - \frac{n_1 + n_2}{n} + 3 \frac{n_1 n_2}{n^2} \right) (e_1 - 2e_2 + e_3) + \right. \\ & \left. + \left(\frac{n_1 + n_2}{n} - 3 \frac{n_1 n_2}{n^2} \right) (1 - 7e_1 + 12e_2 - 6e_3) \right]. \end{aligned}$$

This result agrees with that of ISSERLIS (1) and illustrates the gain in simplicity due to introducing the e 's.

As a far as the writer can ascertain the results given in the next two sections have not yet been published in a form applicable to a finite population.

$$\begin{aligned} \text{6. — Mean } dn_1^5 = & n \text{Mean}(\xi_i^5) + 5n(n-1) \{ \text{Mean}(\xi_i^4 \xi_j) + 2 \text{Mean}(\xi_i^3 \xi_j^2) \} \\ & + 5n(n-1)(n-2) \{ 2 \text{Mean}(\xi_i^3 \xi_j \xi_k) + 3 \text{Mean}(\xi_i^2 \xi_j^2 \xi_k) \} \\ & + 10n(n-1)(n-2)(n-3) \text{Mean}(\xi_i^2 \xi_j \xi_k \xi_l) + \\ & + n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4) \text{Mean}(\xi_i \xi_j \xi_k \xi_l \xi_m). \end{aligned}$$

The evaluation gives

$$\begin{aligned} \text{Mean } dn_1^5 = & \frac{n}{N^5} \left\{ N^4 N_1 - 5N^3 N_1^2 + 10N^2 N_1^3 - 10N N_1^4 + 4N_1^5 \right\} \\ & + 5e_1 \{ N^4 (2N_1^2 - 3N_1) - N^3 (8N_1^3 - 15N_1^2) + N^2 (10N_1^4 - 30N_1^3) - \\ & \quad - N(4N_1^5 - 30N_1^4) - 12N_1^5 \} \\ & + 5e_2 \{ -N^4 (8N_1^2 - 10N_1) + N^3 (32N_1^3 - 50N_1^2) - N^2 (40N_1^4 - 100N_1^3) + \\ & \quad + N(16N_1^5 - 100N_1^4) + 40N_1^5 \} \\ & + 10e_3 \{ N^4 (5N_1^2 - 6N_1) - N^3 (20N_1^3 - 30N_1^2) + N^2 (25N_1^4 - 60N_1^3) - \\ & \quad - N(10N_1^5 - 60N_1^4) - 24N_1^5 \} \\ & + e_4 \{ -N^4 (20N_1^2 - 24N_1) + N^3 (80N_1^3 - 120N_1^2) - N^2 (100N_1^4 - 240N_1^3) + \\ & \quad + N(40N_1^5 - 240N_1^4) + 96N_1^5 \} \end{aligned}$$

(1) *R. S. Proc.* Vol. 92 A. p. 28.

which reduces to

$$\text{Mean } dn_1^5 = n_1 \left(1 - \frac{n_1}{n}\right) \left(1 - \frac{2n_1}{n}\right) \left[N \frac{n_1}{n} \left(1 - \frac{n_1}{n}\right) (10e_1 - 40e_2 + 50e_3 - 20e_4) \right. \\ \left. + \left(1 - 2\frac{n_1}{n} + 2\frac{n_1^2}{n^2}\right) (1 - 15e_1 + 50e_2 - 60e_3 + 24e_4) \right].$$

When the population is infinite, this expression takes the form given by Miss PAIRMAN (1), who obtained from the binomial series

$$\text{Mean } dn_1^5 = n_1 \left(1 - \frac{n_1}{n}\right) \left(1 - \frac{2n_1}{n}\right) \left\{ 1 + 2\frac{n_1}{n} \left(1 - \frac{n_1}{n}\right) (5n - 6) \right\}.$$

7. — In conclusion the method will be applied to find the mean value of dn_1^6 .

$$\text{Mean } dn_1^6 = n. \text{Mean } (\xi_i^6) \\ + n(n-1) \{ 6. \text{Mean}(\xi_i^5 \xi_j) + 15. \text{Mean}(\xi_i^4 \xi_j^2) + 10. \text{Mean}(\xi_i^3 \xi_j^3) \} \\ + 15n(n-1)(n-2) \{ \text{Mean}(\xi_i^4 \xi_j \xi_k) + 4. \text{Mean}(\xi_i^3 \xi_j^2 \xi_k) + \text{Mean}(\xi_i^2 \xi_j^2 \xi_k^2) \} \\ + 5n(n-1)(n-2)(n-3) \{ 4. \text{Mean}(\xi_i^3 \xi_j \xi_k \xi_l) + 9. \text{Mean}(\xi_i^2 \xi_j^2 \xi_k \xi_l) \} \\ + 15n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4) \text{Mean}(\xi_i^2 \xi_j \xi_k \xi_l \xi_m) \\ + n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5) \text{Mean}(\xi_i \xi_j \xi_k \xi_l \xi_m \xi_p).$$

The evaluation gives

$$\text{Mean } dn_1^6 = \frac{n}{N^6} \left[N^5 N_1 - 6N^4 N_1^2 + 15N^3 N_1^3 - 20N^2 N_1^4 + 15N N_1^5 - 5N_1^6 \right\} \\ + e_1 \{ N^5 (25N_1^2 - 31N_1) - N^4 (135N_1^3 - 186N_1^2) + N^3 (280N_1^4 - 465N_1^3) - \\ - N^2 (255N_1^5 - 620N_1^4) + N (85N_1^6 - 465N_1^5) + 155N_1^6 \} \\ + 15e_2 \{ N^5 (N_1^3 - 12N_1^2 + 12N_1) - N^4 (3N_1^4 - 64N_1^3 + 72N_1^2) + N^3 (3N_1^5 - 132N_1^4 + 180N_1^3) - \\ - N^2 (N_1^6 - 120N_1^5 + 240N_1^4) + N (-40N_1^6 + 180N_1^5) - 60N_1^6 \} \\ + 5e_3 \{ -N^5 (9N_1^3 - 83N_1^2 + 78N_1) + N^4 (27N_1^4 - 441N_1^3 + 468N_1^2) - \\ - N^3 (27N_1^5 - 908N_1^4 + 1170N_1^3) + N^2 (9N_1^6 - 825N_1^5 + 1560N_1^4) + \\ + N (275N_1^6 - 1170N_1^5) + 390N_1^6 \} \\ + 15e_4 \{ N^5 (3N_1^3 - 26N_1^2 + 24N_1) - N^4 (9N_1^4 - 138N_1^3 + 144N_1^2) + \\ + N^3 (9N_1^5 - 284N_1^4 + 360N_1^3) - N^2 (3N_1^6 - 258N_1^5 + 480N_1^4) + \\ + N (-86N_1^6 + 360N_1^5) - 120N_1^6 \} \\ + e_5 \{ -N^5 (15N_1^3 - 130N_1^2 + 120N_1) + N^4 (45N_1^4 - 690N_1^3 + 720N_1^2) - \\ - N^3 (45N_1^5 - 1420N_1^4 + 1800N_1^3) + N^2 (15N_1^6 - 1290N_1^5 + 2400N_1^4) + \\ + N (430N_1^6 - 1800N_1^5) + 600N_1^6 \} \right].$$

On further reduction

$$\begin{aligned} \text{Mean } dn_1^6 = & n_1 \left(1 - \frac{n_1}{n}\right) \left\{ 1 - 5 \frac{n_1}{n} \left(1 - \frac{n_1}{n}\right) \left(1 - \frac{n_1}{n} + \frac{n_1^2}{n^2}\right) \right\} \\ & (1 - 31e_1 + 180e_2 - 390e_3 + 360e_4 - 120e_5) \\ & + 5 \frac{N}{n} n_1^2 \left(1 - \frac{n_1}{n}\right)^2 (5e_1 - 36e_2 + 83e_3 - 78e_4 + 26e_5) \\ & + 5 \frac{N}{n^2} n_1^3 \left(1 - \frac{n_1}{n}\right)^3 (-17e_1 + 120e_2 - 275e_3 + 258e_4 - 86e_5) \\ & + 15 \frac{N^2}{n^2} n_1^3 \left(1 - \frac{n_1}{n}\right)^3 (e_2 - 3e_3 + 3e_4 - e_5). \end{aligned}$$

From the above general result we deduce the corresponding formula when the population is indefinitely large. When N is infinite the only values of e which do not vanish are

$$Ne_1 = (n - 1) \quad \text{and} \quad N^2e_2 = (n - 1)(n - 2)$$

Then we have

$$\begin{aligned} \text{Mean } dn_1^6 = & n_1 \left(1 - \frac{n_1}{n}\right) \left[1 - 5 \frac{n_1}{n} \left(1 - \frac{n_1}{n}\right) \left(1 - \frac{n_1}{n} + \frac{n_1^2}{n^2}\right) \right. \\ & \left. + 25 \frac{n_1}{n} \left(1 - \frac{n_1}{n}\right) (n - 1) + \frac{5n_1^2}{n^2} \left(1 - \frac{n_1}{n}\right)^2 (3n^2 - 26n + 23) \right]. \end{aligned}$$

LUCIEN MARCH

Les modes de mesure du mouvement général des prix

La hausse rapide des prix qui s'est manifestée dans la plupart des pays durant la grande guerre — et surtout, dans certains d'entre eux, depuis la fin des hostilités principales — a donné un nouvel intérêt aux indices que l'on calcule depuis près d'un siècle pour caractériser le mouvement général des prix. De nombreuses études ont été consacrées à la question, notamment en Angleterre, aux Etats-Unis, en Italie; les procédés de calcul des indices ont souvent subi d'importantes modifications. Nous n'avons point l'intention ici de passer en revue les thèses défendues ou les procédés appliqués (1). Nous n'avons point non plus la prétention de présenter des vues nouvelles, car les divers aspects de la question ont déjà été examinés par des auteurs dont le nom fait autorité. Cependant l'application des principes en cause comporte encore tant de flottement qu'il n'est point inutile de revenir une fois de plus sur les procédés appliqués au traitement des observations de prix, et sur la façon dont se posent les questions qui sont liées à l'étude du mouvement des prix, afin de marquer d'un dessin plus ferme, si possible, les conditions essentielles d'une saine application de la méthode.

Comme on l'a fait remarquer souvent, l'étude du mouvement des prix touche aux problèmes les plus difficiles de l'économie politique. Y interviennent la notion de la valeur, la théorie de la monnaie, celle des crises, etc. On voudrait cependant préciser cette étude par des mesures: or celles-ci sont nécessairement délicates parce que les choses à mesurer réagissent les unes sur les autres,

(1) On trouvera cités les travaux les plus importants qui ont été publiés sur le sujet dans l'excellent article de M. le Professeur RICCARDO BACHI (*Economista*, 24 Aprile 1921).

et surtout peut-être parce que les notions que l'on veut exprimer sont quelque peu confuses. Aussi n'est-il pas trop surprenant qu'après les travaux publiés par des maîtres depuis un siècle, la mesure correcte du mouvement général des prix suscite encore des controverses, que des esprits avisés tiennent pour absurde tel procédé dont l'expérience indique la valeur, tandis que d'autres réclament des solutions irréalisables.

I. — *Les principaux points de vue.*

L'une des premières préoccupations de ceux qui, comme l'Evêque Fleetwood au 18^e siècle, ont dressé des catalogues de prix, paraît avoir été d'évaluer l'effet des altérations apportées à la valeur de *l'unité monétaire* sur les revenus.

Les pouvoirs publics ont renoncé maintenant, dans tous les pays, à modifier le poids et le titre des monnaies métalliques. Cependant, on cherche toujours, dans l'étude du mouvement des prix, quelque moyen d'apprécier les changements de ce que l'on appelle le *pouvoir d'achat de la monnaie*. On cherche aussi à mesurer l'amplitude des *oscillations de l'activité économique* ou bien les variations du *coût de la vie*. Des novateurs ont même pensé qu'il serait possible de supprimer toute influence du système monétaire sur l'activité générale et le bien être des populations si l'on prenait pour signe de la valeur des choses, non point une chose particulière prise comme étalon, mais un simple *indice* dépendant des valeurs relatives de toutes les choses et qui n'aurait par conséquent en lui aucun facteur particulier de variation.

Or, de ces préoccupations très générales, la première est la seule qui soit exprimée d'une façon assez précise pour que le phénomène puisse être, non pas nécessairement mesuré, mais conçu nettement, sans ambiguïté. Si l'on diminue le poids d'or que contient l'unité monétaire or, soit en réduisant le poids de cette unité, soit en modifiant le titre, la quantité d'une marchandise quelconque qui s'échangeait contre l'ancienne unité variera théoriquement exactement dans la même proportion que le poids d'or contenu dans l'unité.

Les autres notions ne comportent pas la même simplicité et ne peuvent donner lieu à des mesures aussi précises si l'on ne prend soin de les compléter.

L'expression vague « *pouvoir d'achat de la monnaie* » n'a véritablement aucun sens précis tant que l'on ne dit pas quelles sont

exactement les choses que la monnaie doit acheter. L'expression coût de la vie n'en a pas davantage tant qu'on n'a point précisé de quel genre de vie il s'agit. Quant à l'indice qui mesurerait la somme de toutes les activités, il n'est pas possible non plus de le calculer tant que l'on n'a point fixé, en quantité et en qualité, les choses qui témoignent de ces activités.

On objectera peut-être que la monnaie remplit justement le rôle de signe universel de toutes les valeurs. C'est vrai, mais c'est un signe imparfait puisque l'on cherche toujours à le remplacer par un autre. Ce qu'il importe de noter ici simplement c'est l'imprécision de l'indice universel rêvé qui en ferait un signe théoriquement parfait. A vrai dire on a cherché à préciser la notion du pouvoir d'achat tout en conservant la généralité. Par exemple on a essayé de calculer le pouvoir d'achat de la monnaie en objets qui seraient déterminés par les qualités et quantités des marchandises universellement consommées durant un certain intervalle de temps, ou bien de calculer le pouvoir d'achat des choses qui existent à un moment donné.

Mais bien des questions restent en suspens quand il s'agit d'effectuer les calculs. Doit-on se borner à considérer des marchandises ou faut-il y comprendre aussi les services qui ne se traduisent pas en produits définis, tels que ceux qui rendent les titulaires de nombreuses professions libérales ou domestiques, les loyers, les intérêts, etc? Même pour ce qui est des marchandises, chaque matière première doit elle être comptée autant de fois qu'elle figure, soit dans les consommations industrielles et productives, soit dans les consommations relatives à des besoins domestiques ou nationaux, auquel cas on les dit souvent improductives?

Et les difficultés sont les mêmes quand il s'agit de calculer le pouvoir d'achat, non plus des choses qui se consomment dans une période de temps donnée, mais des choses qui existent à un moment donné.

Aucun accord n'a encore été réalisé jusqu'à présent entre ceux qui cherchent un indice capable d'exprimer les changements du pouvoir d'achat de la monnaie sous une forme absolument générale. Cela ne tient-il pas surtout à ce que la formule, trop générale, groupe des choses incertaines et disparates? Certains auteurs ont simplifié la formule en prenant pour indice le changement de valeur des marchandises importées ou exportées: c'est décider arbitrairement d'éliminer tous les services et les objets qui n'entrent pas dans le commerce extérieur; de plus, l'indice obtenu mesure tout

aussi bien le changement de composition de la matière que le changement de sa valeur.

° II. — *Les catégories de personnes intéressées.*

Peut-être la difficulté serait-elle moins grande si, au lieu de prendre pour point de départ de la discussion les objets d'échange, on considérerait en premier lieu les personnes ou les collectivités qui échangent, produisent ou consomment et les raisons qui leur font désirer un instrument de mesure des valeurs.

D'un certain point de vue, le point de vue économique, les individus existant à un moment donné peuvent se distinguer en deux catégories: le producteurs, chacun produisant, au sens économique, certaines classes de biens ou de services, et les consommateurs, dont chacun consomme des biens ou des services qu'il ne produit pas.

En tant que producteur, l'individu se préoccupe surtout du prix auquel il écoule les produits dont la vente compose sa recette. Si maintenant on considère l'ensemble des producteurs, l'indice qui répondrait à la préoccupation générale serait celui qui ferait état de la valeur de la production totale, à l'exclusion des stocks, dans un intervalle de temps unitaire. Un tel indice général intéresserait-il véritablement chaque producteur particulier, alors que chaque changement survenu dans la recette de ce producteur serait généralement compensé par des changements opposés de la recette de quelques autres et que l'indice final ne refléterait pas en somme ce qui les intéresse les uns et les autres?

Néanmoins la valeur totale de la production constitue un bon indice de la prospérité d'une nation. Mais la nation doit-elle attacher plus de prix à ce qu'elle produit, à ce qui se vend à l'intérieur ou à ce qui s'exporte? Un même indice peut-il répondre aux trois sortes d'exigences? Non, car la composition de ce qui est produit, de ce qui s'échange à l'intérieur du pays ou de ce qui en sort, n'est pas la même et par conséquent une seule grandeur ne peut rendre compte de l'influence du mouvement des prix sur les trois phénomènes.

Quant au consommateur, il est également intéressé au mouvement des prix de classes particulières d'objets; pourtant les changements de la somme totale exigée par l'ensemble des consommations ne le laisse point indifférent car cette somme est un indice du progrès économique dont il bénéficie. D'une manière générale, en supposant l'invariabilité de l'étalon monétaire, les efforts des

producteurs tendent à l'accroissement de la quantité des produits et à l'abaissement des prix de ces produits, — donc à un abaissement de la dépense que nécessitent des quantités invariables de choses consommables, ou bien, — ce qui revient au même —, tendent à l'accroissement des quantités des choses que l'on peut se procurer avec le même revenu.

Néanmoins quand on considère successivement des catégories particulières de consommateurs, il est évident que chaque catégorie est plutôt intéressée aux choses qu'elle consomme d'ordinaire qu'à la consommation totale de la population. Les filateurs de coton ont intérêt à suivre les fluctuations de la dépense qu'exigent les quantités de coton, de houille, d'huile, de main d'oeuvre dont ils font emploi, plutôt que les mouvements des prix de la laine ou du café. Les ouvriers anglais subissent directement l'influence du prix du boeuf, de la bière, etc et non celle du prix du vin dont ils n'usent pas.

A chaque classe de consommateurs répond en fait une composition particulière de la dépense dans un temps donné, un *budget* particulier; le mouvement de cette dépense ne correspond à un objet limité et précis que quand on a choisi le budget.

En résumé, soit du côté des producteurs et des négociants, soit du côté des consommateurs, il ne saurait exister d'indice unique capable de répondre à tous les intérêts, mais la forme de l'indice est la même dans tous les cas, l'indice est *une somme de produits de quantités par des prix*.

III. — *Les influences communes à tous les prix.*

Dans les considérations précédentes on a admis l'invariabilité de l'étalon monétaire, de sorte que les influences capables d'agir sur le mouvement général des prix se réduisaient aux changements relatifs des quantités produites et des quantités demandées, ou bien des quantités échangées et des prix qui résultent dans chaque cas du rapport de l'offre à la demande. Si l'on supprime cette hypothèse, la somme des produits de quantités déterminées d'objets, dont les qualités sont bien définies, par les prix unitaires de ces objets, dépend d'une troisième cause de variation qui s'ajoute aux deux premières, à savoir l'influence d'un changement dans la valeur de l'unité monétaire. L'influence de cette troisième cause apparaît tout d'abord dans les relations contractuelles des individus.

Si j'ai prêté un outil à un voisin, pour un temps déterminé, celui-ci doit me le rendre au terme fixé dans l'état où je le lui ai remis. Si j'ai vendu cet outil en échange d'un certain nombre de pièces de monnaie payables au terme fixé, il faut que ces pièces n'aient rien perdu de leur poids en métal monnaie. Que le nombre de pièces fixé s'échange contre des quantités plus ou moins importantes de denrées, il peut en résulter un certain trouble dans l'emploi que j'en ferai, mais le contrat est respecté, dans sa lettre comme dans son esprit, si le nombre et le poids sont conformes au contrat.

Sans doute, la législation va généralement plus loin, elle ne donne de valeur légale au contrat que s'il comporte paiement en *monnaie légale*: cela n'empêche pas que, soit le débiteur, soit le créancier, subit une diminution de ses droits contractuels lorsque la monnaie a été altérée dans l'intervalle entre la signature du contrat et son exécution.

L'altération par le fait du débiteur ou du créancier est un crime punissable; l'altération imputable à la puissance publique ou à quelque autre cause, sur laquelle débiteur et créancier n'ont aucune action, est une nécessité. Mais celle-ci occasionne à l'une des deux parties un préjudice certain car, si le poids d'or contenu dans une pièce est réduit de $\frac{1}{100}$, par exemple, sur 10 objets valant une pièce de l'ancienne monnaie, la nouvelle ne sera plus acceptée que pour 9. De même, si le titre de la monnaie est réduit, le prix de toute chose, échangeable contre cette monnaie, sera augmenté dans le même rapport que celui de la réduction du titre.

A l'inverse, quand on s'aperçoit que les prix de toutes les choses ont augmenté ou diminué à peu près dans la même proportion, on en conclut naturellement qu'il a dû se produire quelque modification dans la valeur de l'unité monétaire. Si l'on a mesuré avec un certain mètre les dimensions d'une chambre et des objets qui la meublent et qu'avec un autre mètre on constate une augmentation équivalente de toutes les longueurs, on ne supposera pas que, dans l'intervalle, tous les objets mesurés se sont agrandis. On conclura naturellement que le second mètre est plus court que le premier. D'ailleurs, en l'absence d'autres constatations, une conclusion de ce genre sert les intérêts de la science beaucoup mieux que la supposition contraire (1).

(1) COURNOT a parfaitement justifié cette interprétation quand il a rappelé les raisons de simplicité (de commodité a dit depuis HENRI POINCARÉ) qui assurent la supériorité du système de COPERNIC sur celui de PTOLÉMÉE et de TYCHO-BRAHÉ pour expliquer les mouvements planétaires. L'apparence

Quelles que soient les causes déterminantes qui provoqueraient une variation parallèle de tous les prix, il est légitime et conforme à la tradition scientifique de considérer que tout se passe comme si l'unité monétaire avait été modifiée.

Or s'il en est ainsi, peu importe que le nouveau mètre ait mesuré la longueur d'un grand nombre de tables ou la longueur de la salle. Les mesures ayant été bien faites, l'accroissement de la longueur de la salle n'a pas sensiblement moins de poids que l'allongement constaté des nombreuses tables.

Et cette remarque conduit à distinguer plus nettement que nous ne l'avons fait jusqu'ici deux aspects principaux de l'étude du mouvement des prix.

D'un premier point de vue, celui du paragraphe précédent, les changements des prix des objets en cause sont des changements relatifs d'un objet à l'autre, sans qu'il y ait une tendance commune à tous les prix.

D'un second point de vue les changements résultent uniquement de cette tendance commune.

Ce qui complique la question, c'est que les deux points de vue ne se distinguent qu'en théorie; en fait, les deux sortes de changement se superposent toujours. Tout au plus existe-t-il des moments où la tendance commune prévaut sur les changements relatifs, ce qui devrait permettre d'en mieux séparer les effets.

L'indice budgétaire, dont il a été question au paragraphe précédent, tient compte à la fois des changements relatifs des prix, et de la tendance commune, eu égard aux quantités qui déterminent le montant total du budget considéré.

Quant à l'indice déterminé en négligeant les mouvements relatifs des prix pour ne laisser apparaître que l'effet des tendances communes, il doit être indépendant des quantités en cause, pour deux raisons. D'abord, parce que si les quantités changent, sans modification des prix, l'indice prendra cependant des valeurs différentes. En second lieu, parce que, comme dans le cas des mesures métriques, une mesure de la tendance commune d'après un seul objet a autant de valeur et de poids qu'un grand nombre de mesures prises sur un autre, si la première est faite avec un soin suffisant.

d'un animal ajoute-t-il, montre d'une façon évidente s'il s'arrête ou s'il s'élance et cependant les positions des parties du corps sont les mêmes dans les deux cas (Principes mathématiques de la théorie de la richesse).

De même la statistique du mouvement des prix ne sait que mesurer les changements généraux sous leur aspect le plus simple; ensuite l'analyse des faits économiques concomitants précise les influences en jeu.

La règle en vertu de laquelle il convient de multiplier les mesures pour en accroître la précision n'exige nullement l'application de poids tels que ceux qui entrent dans l'indice budgétaire. Si des poids devaient être appliqués aux prix qui entrent dans l'indice dont il est question maintenant, ce seraient des poids proportionnels à la précision des mesures, à l'exactitude des déterminations, et c'est là tout autre chose.

On peut se demander alors pourquoi il est utile de faire entrer plusieurs objets dans la composition de cet indice puisqu'à la rigueur un seul suffirait.

La raison est que les changements relatifs des prix, ainsi que les circonstances qui déterminent ces changements, se superposent aux changements imputables à la tendance commune. On ne peut éliminer ces éléments parasites qu'en faisant intervenir plusieurs objets, de façon à ce qu'il se produise une certaine compensation des troubles apportés à l'effet de la tendance commune.

Il convient seulement de vérifier si les compensations supposées se produisent effectivement; on reviendra plus loin sur ce point.

Ces notions n'ont point échappé aux auteurs qui ont traité la question avec méthode mais il semble que la préoccupation de réaliser un indice unique, capable de satisfaire à toutes les exigences, ait souvent obscurci les conclusions et nuï à l'application des principes.

Les manifestations d'une tendance commune au mouvement des prix des marchandises et services de toute nature, dans une certaine direction, peuvent résulter de circonstances diverses. Celles où s'établit le mieux le rapport de cause à effet tiennent à l'altération du poids des monnaies; l'émission de papier monnaie à cours forcé est aussi un événement qui agit directement sur tous les prix. On admet également volontiers qu'un brusque accroissement de la production des métaux précieux, ou un brusque ralentissement de cette production, est aussi un facteur certain des la hausse ou de la baisse de tous les prix. Si l'observation de mouvements à courte période ne révèle jusqu'à présent aucune relation de ce genre, il semble que les changements relatifs de la circulation monétaire se répercutent au moins sur les oscillations semi séculaires des prix.

La statistique ne révèle pas d'influence analogue sur les mouvements quasi décennaux ni sur les mouvements saisonniers des prix. Ceux-ci dépendent beaucoup plus des conditions de la production et du crédit que de la monnaie.

Sans effleurer ici la question également très complexe des crises économiques, l'expérience d'un siècle apprend que la périodicité des crises coïncide avec celle des mouvements concomitants des prix dans les principaux pays industriels. La rapidité de la production à certains moments, l'accumulation des stocks, sont accompagnées d'une hausse de tous les prix, tandis que la liquidation de chaque crise provoque une baisse générale. Dire que tous les prix ont tendance à monter, ou à baisser, à certains moments qui se représentent périodiquement, ou bien dire qu'à ces moments l'unité monétaire a perdu ou gagné de la valeur, c'est exprimer la même chose sous deux formes différentes, et par conséquent l'indice des changements de l'unité monétaire est encore l'indice qui doit mesurer ces mouvements, tout aussi bien que lorsque ceux-ci sont dus à une modification physique de la monnaie.

IV. — *Les éléments du mouvement général des prix.*

Nous venons de signaler les deux points de vue principaux d'où l'on doit semble-t-il se placer pour observer avec le plus de netteté les effets du mouvement général des prix. Reprenons l'exposé sous une forme plus précise.

Soient $q_1, q_2, \dots, q_n$ les quantités de différents objets ou services échangeables distingués en n catégories dont chacune soit parfaitement déterminée par les qualités qui la définissent. On admet qu'un prix unitaire peut être affecté à chaque catégorie, par quantité unitaire.

Soient $p_1, p_2, \dots, p_n$ les prix correspondants, c'est-à-dire les nombres de pièces de monnaie dont chacune contient un poids π d'or ou d'une matière quelconque équivalente à π d'or, soient $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n$ les poids d'or contenus dans les $p_1, p_2, \dots, p_n$ pièces des monnaies, on a exactement :

$$(1) \quad \frac{\pi_1}{p_1} = \frac{\pi_2}{p_2} = \dots = \frac{\pi_n}{p_n} = \pi$$

La somme totale en monnaie qui est acceptée pour les quantités ci-dessus, est égale à :

$$(2) \quad R = q_1 p_1 + q_2 p_2 + \dots + q_n p_n$$

$$\text{d'où} \quad (3) \quad \pi R = q_1 \pi_1 + q_2 \pi_2 + \dots + q_n \pi_n$$

Les quantités R , q , p , π ne varient presque jamais indépendamment l'un de l'autre.

Un accroissement du revenu R provoque un accroissement de la consommation et des prix, tandis qu'une diminution de R a l'effet inverse. D'autre part, si certaines quantités q diminuent par suite d'une insuffisance de la production, les p correspondants se modifient généralement; alors les quantités d'autres objets augmentent parce que, dans l'équation (2), la grandeur qui offre le plus de fixité est R . En effet R représente la dépense de chaque individu et correspond à peu près à son revenu exprimé en monnaie. Or le revenu, exprimé en monnaie, ne varie que lentement.

De même une variation des prix, pour quelque cause que ce soit, entraîne un changement des quantités consommées ou produites, la hausse tendant à accroître la production et à réduire la consommation des objets dont le prix a varié, tandis que la baisse a généralement l'effet inverse.

Quant aux changements de π , ils agissent sur les prix et par conséquent aussi indirectement sur les quantités. Toutefois, l'action indirecte sur les quantités présente nécessairement un certain retard, de sorte qu'il y a au moins un instant pendant lequel on peut concevoir qu'un changement de π influe seulement sur les prix; alors ceux-ci varient proportionnellement en vertu de l'égalité (1).

En somme, les valeurs des p réagissent aussi sur celles des q et de π ; inversement les variations la valeur de π se répercutent sur les valeurs des q et des p . Dans les trois cas il peut y avoir une action sur la somme R , bien que celle-ci soit relativement stable, tandis qu'un changement de R , c'est-à-dire de la somme que chacun peut consacrer aux achats définis par l'équation (2), aura une répercussion certaine sur les quantités p et q . Il y a lieu de se demander maintenant comment les changements de p , q et R peuvent à leur tour réagir sur π .

La valeur de π est la valeur d'un poids donné d'or; il semblerait que cette valeur dépende seulement du poids en question et de causes extérieures au milieu d'échange dans lequel se vérifient les égalités (2) et (3). S'il en est ainsi, une variation de cette valeur de π entraînera, en vertu des égalités (1), des variations égales des quantités $\frac{\pi_1}{p_1}$, $\frac{\pi_2}{p_2}$ etc. Mais cette valeur, que nous représenterons par (π) , pour la distinguer du poids matériel auquel elle correspond, peut dépendre aussi des appréciations des échangistes; chacun d'eux est, en effet susceptible d'attribuer une valeur dif-

férente au même poids de métal monnaie. De sorte que la valeur (π) peut dépendre non seulement de π , mais encore de $\frac{\pi_1}{p_1}, \frac{\pi_2}{p_2}, \dots, \frac{\pi_n}{p_n}$. Ce qui permet d'écrire :

$$(\pi) = F\left(\pi, \frac{\pi_1}{p_1}, \frac{\pi_2}{p_2}, \dots, \frac{\pi_n}{p_n}\right)$$

Il est même possible qu'aucune monnaie réelle ne corresponde à la fonction (π). C'est ainsi qu'en France, sous, l'ancien régime, la valeur du marc d'argent correspondait à un certain nombre de livres tournois. La livre tournoi, n'ayant pas de représentation matérielle, était simplement l'unité théorique que la monnaie véritable contenait en nombre de plus en plus grand à mesure que s'accroissaient les besoins du Trésor public (1).

Indépendamment de toute intervention de la puissance publique, d'autres causes peuvent agir de la même façon sur les prix; leur effet s'exprimera par une modification de la fonction (π).

Les poids π_1, π_2 , etc désignent les poids d'une certaine marchandise qui sert d'instrument d'échange. Si les conditions intrinsèques de cette marchandises: production, stockage, etc viennent à changer, il se peut que tous les échangistes consentent à accepter des quantités différentes de celles qui ont été désignées par π_1, π_2 , etc. en échange des quantités q_1, q_2 etc des autres marchandises. Quel que soit le mécanisme qui provoque ce changement, il en résultera naturellement des modifications de prix $p_1, p_2, \dots, p_n$, sous réserve que R conserve la stabilité qui lui est particulière.

Ici encore l'observateur des prix p_1, p_2 , reconnaîtra, à travers les variations inégales de ces prix, une tendance commune qui naît d'un changement d'équilibre entre la quantité de la marchandise (or) offerte en échange de toutes les autres et la quantité échangée d'une marchandise quelconque. Dans notre analyse, cette tendance a pour conséquence une variation de la fonction (π); inversement cette variation révélera le changement survenu dans les conditions d'échange de la marchandise or.

D'après cela, il est des circonstances susceptibles de provoquer la variation d'une certaine fonction des grandeurs $\frac{\pi_1}{p_1}, \frac{\pi_2}{p_2}$ etc.; inversement, cette variation révèle l'existence d'une cause, même quand le mécanisme de cette cause n'apparaît pas clairement. C'est ainsi

(1) DE FOVILLE, *La monnaie*, page 50.

qu'ignorant le mécanisme de la gravitation, nous exprimons la constance de l'attraction en faisant intervenir une force dont une parcelle de matière suffit à mesurer l'action, malgré le trouble que d'autres causes peuvent apporter à cette action. Ce doit être aussi une oeuvre utile et féconde que de chercher à découvrir, dans les modifications diverses de tous les prix, ce qu'il y a de commun dans ces modifications: la fonction (π) est précisément l'instrument de cette recherche. Remarquons que la grandeur R , des équations (2) et (3), varie aussi en fonction des prix, mais elle dépend également des quantités q_1, q_2 , etc. de sorte que cette complication en ferait un mauvais instrument de la mesure des prix. D'ailleurs on peut supposer fixes les quantités $q_1, q_2, \dots$; dans ce cas si l'on désigne par S la somme:

$$(4) \quad S = q_1 p_1 + q_2 p_2 + \dots + q_n p_n$$

S est alors une fonction particulière de $p_1 p_2 \dots p_n$, moins générale que la fonction (π) dont elle n'est qu'un cas particulier.

Bref, nous avons considéré trois grandeurs R, π, S . Les changements de la première sont liés à ceux des grandeurs $\pi_1, \pi_2, \dots p_1, p_2, \dots q_1, q_2$ etc. de telle façon que R ne varie que lentement. R est ce qu'on appelle un revenu brut, si l'on comprend dans les quantités $q_1, q_2, \dots$ etc. tous les objets et les services que le revenu permet de se procurer sans déduction d'aucune sorte. La stabilité relative de R et sa complexité ne permettent guère de l'utiliser pour l'étude de mouvement des prix. Toutefois, quand on limite les objets incorporés dans R , ce qui lui enlève une grande partie de sa stabilité, la signification de cette grandeur peut offrir beaucoup d'intérêt.

Dans le cas d'une nation par exemple, R exprimera suivant les cas, le revenu national, la production nationale, le commerce extérieur ou d'autres éléments de l'activité économique, mais ces éléments dépendent à la fois des quantités et des prix; ils n'intéressent donc pas la présente recherche. La somme S représente une certaine recette ou une certaine dépense, ou l'emploi d'un certain revenu, quand on a fixé d'une manière précise la nature et la quantité des choses échangées. Les variations de S ne dépendent directement que des prix — puisque les quantités sont supposées constantes — et indirectement de la valeur de l'unité monétaire. S est moins complexe que R et elle est bien appropriée à l'étude du mouvement général des prix, puisqu'elle représente en somme le montant d'un budget: nous l'avons appelée *indice budgétaire* du mouvement des prix.

Quand à (π) , cette fonction est également soumise à l'influence des prix; elle représente en fait la valeur de l'unité monétaire. On peut la désigner comme l'*indice monétaire* du mouvement des prix.

Voyons comment il convient de procéder, aussi bien que possible, à l'observation de ces deux indices.

V. — *Indice budgétaire du mouvement des prix.*

La forme de cet indice et son mode de calcul sont déterminés par l'égalité (4). Il suffit de définir exactement les objets, marchandises ou services qui entrent dans la composition de l'indice, de fixer les quantités q_1, q_2 etc. de ces marchandises et de noter les prix auxquels ces marchandises sont couramment échangés contre de la monnaie, à l'époque et au lieu considérés.

Si ces déterminations ne comportaient quelque précision, l'indice, calculé sur des éléments incertains, n'aurait point grande utilité.

Supposons, à titre d'exemple, que l'on se propose de rechercher l'influence du mouvement des prix sur le coût de l'existence des familles qui composent une certaine catégorie de population définie par l'habitat, la profession, le revenu, le genre de vie.

On commence par déterminer, après enquête, les quantités des différents éléments de la dépense durant une certaine période, une année par exemple, puis les prix unitaires de ces éléments dans l'endroit fixé et à l'époque de l'enquête.

On obtient ainsi la dépense totale correspondant à la catégorie de personnes, à l'endroit et à l'époque considérés. Il est ensuite facile d'observer les variations de cette dépense qui résultent du changement de l'un des éléments variables, les autres étant supposées fixes.

On peut alors, supposant les quantités constantes, et pour des catégories de populations similaires, calculer ce que devient la dépense quand on passe d'un endroit à l'autre ou d'une époque à l'autre.

Dans cet exemple, les prix à appliquer aux consommations sont des prix de détail; lorsqu'il s'agit de mesurer la production, le commerce ou la consommation d'une collectivité telle qu'une nation, les prix à appliquer sont généralement des prix de gros.

Quelles que soient les marchandises ou les services qui entrent dans la composition de l'indice, celui-ci est représenté par la formule: $S = q_1 p_1 + q_2 p_2 + \dots + q_n p_n$.

Le choix des objets dont les quantités sont représentées par $q_1, q_2 \dots q_n$ et la fixation de ces quantités elles-mêmes dépendent

de la nature de l'étude que l'on poursuit. La quantité S sera de nature différente suivant qu'il s'agit de mesurer les variations du coût de la vie d'une famille de tel ou tel revenu dans telle ou telle région à telle époque, ou bien les variations de la consommation d'un pays en matières industrielles, ou bien celles de la production ou bien celles de l'exportation, etc.

Il y aura donc autant d'indices que de problèmes. En particulier si l'on désire comparer le coût de la vie de familles qui jouissent du même revenu dans deux pays différents ou à des époques différentes, alors que le genre de vie n'est pas le même, on ne peut se contenter d'un seul indice. Entre deux pays différents A et B , il faut successivement comparer les deux indices calculés d'après les consommations du pays A , puis les deux indices calculés d'après les consommations du pays B , les prix étant dans les deux cas, successivement, ceux du pays A et ceux du pays B . De même pour les comparaisons à deux époques différentes A et B dans un même pays.

On emploie quelquefois un autre mode de calcul. Par exemple, s'il s'agit de mesurer le changement de la dépense nécessitée par un certain type de consommation à deux époques $t^{(0)}$ et $t^{(1)}$, au lieu de calculer successivement :

$$S^{(0)} = q_1^{(0)} p_1^{(0)} + q_2^{(0)} p_2^{(0)} + \dots + q_n^{(0)} p_n^{(0)}$$

$$\text{et } S^{(1)} = q_1^{(0)} p_1^{(1)} + q_2^{(0)} p_2^{(1)} + \dots + q_n^{(0)} \frac{p_n^{(1)}}{p_n^{(0)}}$$

et de prendre la différence ou le rapport de $S^{(1)}$ et $S^{(0)}$ on rapporte d'abord chacun des prix de l'époque (1) aux prix correspondants de l'époque (0), ce qui donne l'indice :

$$S_{(0)}^{(1)} = q_1^{(0)} \frac{p_1^{(1)}}{p_1^{(0)}} + q_2^{(0)} \frac{p_2^{(1)}}{p_2^{(0)}} + \dots + q_n^{(0)} \frac{p_n^{(1)}}{p_n^{(0)}}$$

Remarquons que $S_{(0)}^{(1)}$ n'est nullement égal au rapport $\frac{S^{(1)}}{S^{(0)}}$ qui exprime le rapport de la dépense nécessaire à l'époque (1) à la dépense nécessaire à l'époque (0). Or ce dernier rapport a une signification concrète qui justifie pleinement son emploi comme instrument de mesure, tandis que $S_{(0)}^{(1)}$ est une expression abstraite représentant la somme des prix relatifs des diverses marchandises, chacun

d'eux étant affecté d'un poids égal à la quantité consommée. La considération de cette grandeur a pour but d'éviter l'influence de l'unité de quantité, et de la grandeur relative des prix, sur la valeur de l'indice.

Mais, dans le rapport des dépenses, la première influence s'élimine d'elle-même puisque chaque prix est multiplié par la quantité correspondante. Le produit d'une quantité de charbon par son prix ne change pas quand on prend comme unité le kilogramme au lieu de la tonne.

Quand à la seconde influence, elle détermine une grande différence entre les indices des prix de matières échangées que calculeraient par exemple un marchand de pierres fines et un marchand de cailloux, mais la comparaison de ces deux indices n'offre aucun intérêt pratique pour l'étude qui nous occupe; tandis que si l'on compare à deux époques l'indice établi par l'un des négociants, le rapport des deux valeurs de l'indice échappe à l'influence de la grandeur relative des prix.

Quelle que soit la composition de l'indice budgétaire, son calcul est à la portée du premier venu; il ne comporte aucune règle spéciale autre que celle de bien choisir les objets et les quantités de ces objets.

Cependant il est une règle générale qu'il convient de respecter scrupuleusement, c'est que l'on ne saurait comparer deux indices calculés pour des objets dont les qualités et les quantités ne sont point exactement les mêmes. Si par exemple on a calculé à deux époques la dépense d'une famille en faisant entrer le beurre dans la consommation il importe de s'assurer que les quantités consommées étant supposées les mêmes aux deux époques, la denrée désignée sous le nom de beurre est bien de même qualité; il faut éviter si possible que la margarine, par exemple, se dissimule dans le produit vendu à l'époque la plus récente. S'il en est autrement, et si les qualités des diverses denrées ont changé, on ne saurait se contenter de la comparaison d'un seul indice, il faut en calculer deux, l'un avec les qualités valables pour une époque, l'autre avec les qualités admises à l'autre époque.

Si l'on tenait à considérer à la fois les changements qui résultent du mouvement des prix et ceux qui tiennent au changement des qualités et des quantités, alors ce n'est plus l'indice S qui devrait être utilisé, ce serait l'indice R , c'est-à-dire que la question se ramènerait à la comparaison des revenus et de l'emploi de ces revenus.

Appliqué à l'étude du coût de la vie, l'indice S mesure les changements imputables aux modifications des prix, quand le genre de vie est supposé invariable. L'indice R mesure les changements qui se produisent quand le genre de vie se modifie en même temps que les prix.

VI. — *Indice monétaire du mouvement des prix.*

Cet indice, avons-nous dit, doit dépendre directement des prix, sans intervention d'aucune autre variable, si ce n'est par l'intermédiaire des prix eux-mêmes. Il est destiné à mesurer le mieux possible les changements imputables à une tendance commune qui s'exprime commodément quand on attribue ces changements à une variation de l'unité monétaire. On peut dire aussi que cet indice répond à l'idée vague de « variation du pouvoir d'achat de la monnaie » — quand on ne précise pas à quels objets s'applique ce pouvoir d'achat — car les deux conceptions, bien que leur expression soit de valeur inégale, traduisent le même phénomène, à savoir le mouvement général, dans un même sens, de la plupart des prix, quelle que soit l'importance économique des objets auxquels ils s'appliquent.

Tenons-nous en à la première interprétation, — la plus précise — et énumérons les conditions auxquelles doit satisfaire un bon indice du mouvement général des prix.

Ces conditions semblent pouvoir s'énoncer comme suit :

1) Un changement quelconque de l'un des prix variables, quand les autres prix n'ont pas changé, doit produire une variation déterminée de l'indice. Cela revient à dire que l'indice doit être une fonction des différents prix dont on veut mesurer la variation commune; s'il n'en était point ainsi, l'indice ne pourrait être assimilé à un instrument de mesure physique (1).

2) La valeur de l'indice doit être indépendante de l'unité de quantité d'après laquelle chaque prix est exprimé, ainsi que de la grandeur relative d'un prix par rapport aux autres. Sans quoi la valeur de l'indice dépendrait du choix arbitraire des unités des objets qui entrent dans la composition de cet indice.

(1) Cette assimilation n'est cependant point indispensable, c'est ce qui justifie l'emploi de la valeur *médiane* des prix; en fait cette valeur médiane n'intervient logiquement que lorsqu'on peut la regarder comme une valeur approchée d'une fonction de tous le prix.

Il découle de cette condition que les variations des prix doivent être exprimées en valeurs relatives et non en valeurs absolues.

3) La forme de la fonction doit être telle qu'un changement relatif égal de tous les prix produise exactement le même changement relatif de la fonction. Cette condition s'impose puisqu'il s'agit précisément de mesurer une variation commune à tous les prix.

4) La base d'estimation des prix relatifs ne doit point être arbitrairement fixée à un moment particulier de l'espace ou du temps. S'il en est autrement il faut éviter qu'un changement de base modifie la variation de l'indice entre deux moments différents. Un instrument de mesure ne vaut que s'il évite autant que possible l'appréciation arbitraire de l'observateur.

5) L'indice doit comprendre le plus grand nombre possible de prix d'objets ou de services différents, pourvu que ces prix soient suffisamment sûrs. Cette condition serait inutile si l'influence de l'unité monétaire était seule en jeu, parce que, dans ce cas, tous les prix varieraient de même. Mais le jeu des autres influences peut donner lieu à des perturbations qu'il importe de détruire par l'effet du grand nombre des prix combinés.

6) Pour que cette compensation se produise, et pour qu'on puisse en tirer argument en faveur de l'influence commune, les prix combinés doivent être aussi peu dépendants que possible les uns des autres. Car, si la modification d'un prix entraîne nécessairement la modification d'un autre, comme dans le cas blé et farine ou fonte et fer, il y aurait superposition d'effets et non compensation.

7) Quand les prix observés ne sont pas suffisamment sûrs, il est bon, si on le peut, d'attribuer certains poids à ceux qui paraissent le plus exactement déterminés. C'est la règle appliquée à toutes les mesures physiques.

8) Le calcul de la fonction choisie comme indice doit être aussi simple que possible et accessible à tous ceux qui doivent utiliser l'indice.

Telles sont les conditions indispensables pour que l'indice monétaire du mouvement général des prix puisse être considéré comme un instrument de mesure de ce mouvement, analogue aux instruments de mesure physique dont le maniement n'exige pas de connaissances spéciales.

La condition n° 8 conduit à adopter une forme très simple de la fonction cherchée, telle qu'une somme de termes dont chacun ne comprend qu'un seul prix. Puisque les prix doivent être exprimés en valeurs relatives, on est naturellement conduit à adopter comme

indice une expression de la forme

$$f_1\left(\frac{p_1^{(1)}}{p_1^{(0)}}\right) + f_2\frac{p_2^{(1)}}{p_2^{(0)}} + \dots + f_n\frac{p_n^{(1)}}{p_n^{(0)}} \text{ ou } \Sigma\left(f\frac{p^{(1)}}{p^{(0)}}\right)$$

en appelant (0) le moment de l'espace ou du temps choisi comme base de l'estimation du changement relatif des prix au moment (1).

En vertu de la condition n° 3, si l'on désigne par k un certain coefficient arbitraire, on doit avoir

$$\Sigma f\left(k\frac{p^{(1)}}{p^{(0)}}\right) = k \Sigma f_n\left(\frac{p^{(1)}}{p^{(0)}}\right)$$

L'égalité est satisfaite si la fonction est de forme linéaire. On peut donc adopter comme indice une expression telle que

$$\alpha_1 \frac{p_1^{(1)}}{p_1^{(0)}} + \alpha_2 \frac{p_2^{(1)}}{p_2^{(0)}} + \dots + \alpha_n \frac{p_n^{(1)}}{p_n^{(0)}}$$

puisque la somme est bien multipliée par k quand chacun des termes est multiplié par k . Mais cette somme dépendrait du choix de la base ce qui serait contraire à la condition 4. Si l'on substitue au moment (0) un autre moment, tous les rapports tels que $\frac{p^{(1)}}{p^{(0)}}$ seront modifiés, en général irrégulièrement, et la valeur de la somme aura changé.

On peut également adopter comme indice, la somme de logarithmes

$$\Sigma\left(\alpha \log \frac{p^{(1)}}{p^{(0)}}\right) = \Sigma\left(\alpha \log p^{(1)}\right) - \Sigma \log\left(p^{(0)}\right)$$

Un changement de base modifie cette somme, mais la différence de l'ancienne et de la nouvelle valeur est une quantité fixe uniquement déterminée par les prix aux moments de base. La variation de l'indice est indépendante de la base, quelle que soit celle-ci; du moment (1) au moment (2) elle est mesurée par

$$\Sigma(\alpha \log p^{(2)}) - \Sigma(\alpha \log p^{(1)})$$

Les conditions 5 et 6 se rapportent au nombre et à la nature des objets dont les prix sont inclus dans la formule de l'indice. Le nombre n doit être aussi grand que possible pourvu que les prix

retenus soient suffisamment sûrs et, autant que possible, varient d'une manière indépendante.

Enfin, d'après la condition 7, chaque coefficient α devrait être proportionné à la précision avec laquelle le logarithme du prix correspondant est déterminé.

Dans ces conditions, l'expression la plus simple de l'indice du mouvement général des prix serait :

$$i = \alpha_1 \log \frac{p_1^{(1)}}{p_1^{(0)}} + \alpha_2 \log \frac{p_2^{(1)}}{p_2^{(0)}} + \dots + \alpha_n \log \frac{p_n^{(1)}}{p_n^{(0)}}$$

Si tous les prix sont estimés avec une égale précision on peut prendre comme indice la grandeur dont le logarithme est $\frac{i}{n}$ et que l'on appelle moyenne géométrique des prix relatifs. Cette fonction satisfait aux conditions précitées, sauf le n° 7, et l'on en peut imaginer une infinité d'autres.

Bien que le calcul de l'indice i soit commode, quand on dispose d'une table de logarithmes, comme l'emploi d'un indice des prix se généralise et qu'il est bon, ainsi qu'on l'a indiqué sous le numéro 8, d'en rendre la détermination accessible au premier venu, il peut être avantageux de le remplacer par d'autres, moins rigoureusement appropriés au but, mais qui n'exigent que de simples opérations arithmétiques.

En vertu de la définition même du logarithme (1) la grandeur i peut être remplacée *approximativement* par

$$I = \beta_1 \frac{p_1^{(k)}}{p_1^{(h)}} + \beta_2 \frac{p_2^{(k)}}{p_2^{(h)}} + \dots + \beta_n \frac{p_n^{(k)}}{p_n^{(h)}}$$

si h et k sont deux moments tels que les changements de tous les prix d'un moment à l'autre soient *petits*. Supposons que l'on veuille déterminer les valeurs successives de l'indice pour une série d'années (ou une série de mois). On prend, pour chaque objet, le rapport du prix constaté, dans une année (ou dans un mois) au prix constaté l'année précédente (ou du mois précédent), puis l'on forme la somme des rapports ainsi obtenus, pour les différents objets, après

(1) A une suite de logarithmes tels que la *différence* de deux logarithmes consécutifs est constante correspond une suite de nombres tels que le *rapport* de deux nombres consécutifs est constant.

avoir multiplié chaque rapport par le facteur β qui dépend de la précision du prix observé.

On change ainsi constamment de base, d'où le danger qu'une erreur commise à un certain moment se répercute indéfiniment sur les résultats des années suivantes.

Cet inconvénient serait évité, et les calculs seraient encore plus simples, mais au détriment de l'approximation, si l'on adoptait une base fixe au lieu d'une base mobile.

Supposons, pour simplifier l'exposé, qu'il s'agisse d'une étude chronologique des prix. Soit m le moment de la série 1, 2, ... m ... t ... des moments considérés que l'on adopte comme base. Admettons aussi dans le même but, que les moments se succèdent d'assez près pour qu'il soit permis de remplacer leur suite discontinue par une suite continue et considérons l'une des marchandises dont les prix successifs sont $p^{(1)}, p^{(2)}, p^{(m)}, p^{(t)}$. Désignons par $\tilde{\omega}$ une grandeur à laquelle tous ces prix seront rapportés, de sorte que la suite des rapports sera

$$\frac{p^{(1)}}{\tilde{\omega}}, \frac{p^{(2)}}{\tilde{\omega}}, \dots, \frac{p^{(m)}}{\tilde{\omega}}, \dots, \frac{p^{(t)}}{\tilde{\omega}}, \dots$$

La question est de déterminer $\tilde{\omega}$ de façon que cette suite soit aussi voisine que possible de la suite

$$\log p^{(1)}, \log p^{(2)}, \dots, \log p^{(m)}, \dots, \log p^{(t)}, \dots$$

afin de n'avoir à effectuer que des calculs arithmétiques. On admette qu'il s'agit de rendre minimum la somme des différences des termes des deux suites.

Considérons dans chaque suite les écarts des termes par rapport à celui qui occupe le rang (m) .

La somme des différences à rendre minimum peut s'écrire

$$\int \left[\frac{p^{(t)}}{\tilde{\omega}} - \frac{p^{(m)}}{\tilde{\omega}} \right] dt - \int \left[\log p^{(t)} - \log p^{(m)} \right] dt,$$

où $\tilde{\omega}$ peut prendre une valeur quelconque et $p^{(m)}$ également. En effet, à l'époque m , $\frac{p^{(m)}}{\tilde{\omega}}$ est supposé égal à $\log p^{(m)}$.

On déterminera les deux grandeurs $\tilde{\omega}$ et $p^{(m)}$ de façon que leurs valeurs annulent les dérivées partielles:

$$\int \left[p^{(t)} - p^{(m)} \right] dt = 0 \quad \int \left(\frac{1}{p^{(m)}} - \frac{1}{\tilde{\omega}} \right) dt = 0$$

ce qui donne

$$\bar{\omega} = p_m = \frac{\int p^{(t)} dt}{\int dt}$$

$\bar{\omega}$ est donc la moyenne arithmétique des prix constatés aux diverses époques; m est le moment où le prix correspondant est le plus voisin de la moyenne arithmétique des prix de la série. Etant donnée une suite de prix d'un même objet, on obtient pratiquement un rapport qui peut être incorporé dans un indice général composé simplement d'une somme de rapports, si l'on rapporte chaque prix à la moyenne arithmétique des termes de la suite.

Par exemple les prix successifs d'une marchandise étant 3, 4, 5, 6, 7 dont la moyenne est 5, les rapports à incorporer dans l'indice général seront:

$$\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 1, \frac{6}{5}, \frac{7}{5}$$

ou 0,6 0,8 1 1,2 1,4

Le calcul de cet indice offre encore une certaine difficulté parce que chaque fois que l'on ajoute un nouveau terme à la suite, la moyenne change. A chaque nouvelle année il faudrait modifier tous les indices déjà calculés.

On peut éviter cette complication. La condition 4 est celle qui a conduit à adopter l'indice logarithmique i comme étant le mieux approprié au but à atteindre. On a ensuite substitué à cet indice une valeur approchée en rapportant les prix successifs de chaque marchandise à leur moyenne arithmétique. Cette valeur approchée satisfait donc à peu près à la condition 4. En il sera de même toutes les fois que le prix de base de chaque marchandise se rapprochera beaucoup de la moyenne.

Or le mouvement général des prix subit des oscillations telles que la moyenne repasse de temps à autre par les mêmes valeurs. De sorte que, sur une longue période de temps, les prix de base calculés en prenant les moyennes dans un groupe d'années qui ne comprend ni les années de plus bas prix, ni les années de plus hauts prix, permettront d'obtenir des indices qui à certains moments donneront une mesure défectueuse du mouvement, à d'autres donneront une mesure très satisfaisante.

D'ailleurs le changement de la base modifie la grandeur de la variation, mais il n'en modifie généralement pas le sens, car les variations des prix ne sont point désordonnées.

Il est facile de supposer des cas où un changement de la base change le sens de la variation. Soient par exemple 2 séries de nombres

$$3 - 5 - 1 - 4$$

$$4 - 1 - 3 - 2$$

correspondant à 4 époques successives.

Si l'on prend pour base la première époque, la troisième et la quatrième époques donnent les sommes

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{4} = \frac{13}{12} \text{ et } \frac{4}{3} + \frac{2}{4} = \frac{21}{12}$$

tandis que si l'on prend pour base la seconde, les sommes deviennent:

$$\frac{1}{5} + 3 = \frac{16}{5} \text{ et } \frac{4}{5} + 2 = \frac{14}{5}$$

La seconde somme est plus grande que la première quand on part de la première époque, elle devient plus petite quand on part de la seconde.

Mais de tels mouvements ne se produisent pas dans les statistiques des prix, surtout quand on considère des indices calculés sur un grand nombre de prix et qui satisfont aux conditions 5 et 6. On peut s'en rendre compte de la manière suivante: L'indice est de la forme $I = \Sigma A^{(h)} p^{(h)}$.

Si les compensations prévues se produisent, on peut mettre la variation de l'indice sous la forme

$$\Delta I = P^{(h)} \Sigma A + \Sigma A^{(h)} \Delta^{(h)}$$

P étant la moyenne des accroissements des prix p relatifs aux diverses marchandises, et Δ représentant des quantités de sens divers dont la somme est très petite, les quantités Δ étant toujours positives. Donc ΔI aura le signe $P^{(h)}$.

Si la base change, chacun des termes de ΔI est multiplié par une quantité $\alpha = \frac{p^{(a)}}{p^{(b)}}$ quand l'on passe de la base (a) à la base (b); ΔI devient alors

$$\Delta' I = P^{(h)} [A_1 \alpha_1 + A_2 \alpha_2 + \dots] + \alpha_1 A_1^{(h)} \Delta_1^{(h)} + \alpha_2 A_2^{(h)} \Delta_2^{(h)} + \dots$$

Chaque quantité α peut aussi être remplacée par la moyenne des

quantités α , relatives aux diverses marchandises, soit γ , plus une quantité δ , la somme des quantités δ étant très petite.

On peut donc écrire

$$\Delta I = P^{(h)} \gamma^{(h)} [A_1 + A_2 + \dots] + P^{(h)} [A_1 \delta_1 + A_2 \delta_2 + \dots] + \gamma (A_1 A_1 + A_2 A_2 + \dots) + A_1 A_1 \delta_1 + A_2 A_2 \delta_2$$

Des 4 termes dont se compose le second membre, le premier est le seul dont la valeur soit importante. Le facteur $A_1 + A_2 + \dots$ étant positif ainsi que γ , ce premier terme a toujours été le signe de P .

Le second terme est égal au produit de P par une somme de termes positifs multipliés par des facteurs δ qui peuvent être positifs ou négatifs, et de même pour le terme suivant. Ces deux termes sont vraisemblablement toujours plus petits que le premier. Quant au dernier, il est également beaucoup plus petit attendu que les facteurs Δ et les facteurs δ sont tels que la somme de leurs produits multipliés par les quantités positives $A_1, A_2, \dots$ restera petite relativemente au premier terme qui donnera son signe à ΔI , et ce signe sera celui de $P^{(h)}$ c'est-à-dire celui de ΔI .

Ainsi, sauf dans des cas exceptionnels, la courbe de l'indice que l'on calcule en rapportant les prix à une certaine base s'élèvera ou s'abaissera comme celle que l'on construirait en rapportant les prix à une autre base, surtout quand ces bases sont constituées par des moyennes calculées sur plusieurs années, ce qui rend les variations représentées plus haut par δ moins importantes et mieux capables de compensation que lorsqu'on prend pour base une seule année.

La courbe du mouvement général des prix, tracée au moyen de l'indice I pourra donc s'élever ou s'abaisser dans des proportions excessives ou insuffisantes, mais elle fournira presque toujours une indication correcte du *sens* général des variations graduelles de l'indice. Elle suffit par conséquent pour traduire le mouvement général des prix, qui constitue lui-même, quand il change de sens, une précieuse indication des mouvements de l'activité économique; c'est là l'une des principales applications de cet instrument. En fait, le mouvement général des prix, observé dans les principaux pays industriels, révèle des changements de sens dont l'influence sur le bien-être des populations, et sur les possibilités de travail, est particulièrement grande quand ces changements de sens se manifestent simultanément dans le principaux pays.

VII. — *Comparaison des indices monétaires du mouvement des prix.*

D'après ce qui précède, et sous les conditions énoncées, on peut construire de nombreux indices de même espèce en choisissant des marchandises différentes, mais ces indices ne sont généralement par comparables entre eux.

En raison des influences nombreuses qu'exercent sur les prix les manifestations de l'activité économique, même si l'indice choisi comprend un grand nombre de prix, celui-ci ne possède de valeur comparative réelle avec les indices calculés en d'autres lieux, et par conséquent d'après des prix différents des mêmes objets, que si ces objets sont les mêmes dans tous les pays considérés.

Par conséquent, quand on compare des indices établis dans des endroits où les prix diffèrent pour les mêmes objets, il faut s'assurer que les objets sont les mêmes, ou bien que les différences de nature des objets ne peuvent expliquer les changements dans les variations des indices.

Cette condition de conformité des indices à comparer est presque aussi nécessaire dans le cas de l'indice monétaire que dans le cas de l'indice budgétaire où tout le monde l'admet.

C'est ainsi que deux indices composés dans le même pays avec des marchandises différentes sont loin de subir les mêmes variations et présentent parfois des changements de sens opposé.

Par exemple l'indice de SAUERBECK pour l'Angleterre et l'indice calculé par la Statistique Générale de la France avec des articles qui sont à peu près les mêmes des deux parts, présentent des variations presque toujours de même sens (exception durant la famine de coton). Au contraire l'indice de la Statistique Générale de la France et l'indice calculé par la Réforme économique ont varié en sens contraire en 1893 parce que le second comprenait le foin, qui était exclu du premier, et que la sécheresse de 1893 a fait hausser démesurément le foin. De même pour l'index du Board of Trade qui est en désaccord avec celui de SAUERBECK, à certains moments.

Les conditions 5, 6, 7 énoncées plus haut ne comportent pas de règles très précises; il est difficile qu'il en soit autrement. L'expérience seule peut permettre de fixer le nombre et la nature des objets à incorporer dans la valeur de l'indice avec une exactitude

suffisante. D'autre part, on ne peut supprimer la dépendance mutuelle des prix. Enfin, déterminer la précision relative du prix d'une marchandise par rapport aux prix des autres est une opération généralement arbitraire. On admet parfois que le prix d'une marchandise telle que le blé comporte plus de précision que le prix du poivre, par exemple, parce que les transactions sur le blé sont considérablement plus nombreuses. Cette croyance est-elle bien justifiée ? La qualité des échantillons des blés dont les mercuriales font connaître les prix est peut-être plus variable que celle des échantillons de poivre. Et même, il est plus facile de connaître avec précision les prix d'une marchandise qui ne passe que dans un très petit nombre de mains que ceux d'un produit qui dispose d'un très large marché. Souvent, comme cela a lieu pour le blé, la houille, la fonte, les valeurs de bourse, etc, qui se négocient sur des marchés publics, les prix inscrits dans les cotes officielles résultent de transactions peu importantes. Ces prix officiels sont ensuite adoptés, il est vrai, comme bases de transactions considérables, mais beaucoup d'affaires se traitent en fait à des prix différents que la cote officielle ignore. Chaque prix utilisé dans le calcul d'un indice comporte donc une certaine part d'incertitude, même quand il s'agit de matières de composition à peu près fixe et négociables sur les marchés publics. Combien l'incertitude est-elle plus grande quand il s'agit d'objets qui n'ont pas de marché officiel et dont les qualités sont très mal définies : tels la plupart des produits fabriqués !

Heureusement on peut compter sur les compensations qui se produisent quand des grandeurs se distribuent à peu près symétriquement autour d'une moyenne. La hausse rapide des prix qui s'est produite, depuis la fin de la guerre, fournit une bonne occasion de voir comment s'opère cette compensation, successivement dans une période calme et à un moment de brusque inflation.

Dans les tableaux ci-après se trouvent rassemblés les résultats essentiels d'un rapprochement entre la distribution des prix d'un certain nombre de marchandises observés en France, en Angleterre, aux Etats-Unis, soit avant, soit après la guerre et la distribution normale des événements fortuits.

Les prix français et anglais aux deux époques, ainsi que les prix américains cotés en 1920, ont été empruntés au Bulletin mensuel de l'Office permanent de l'Institut international de Statistique (mars 1921). Dans les chiffres français ou anglais et dans les chiffres américaine de 1920, on a écarté les marchandises comme la

A. - Prix relatifs notés :

	en France		en Angleterre		aux Etats Unis	
	Année 1913	Décemb. 1919	Année 1913	Décemb. 1919	Année 1909	Décemb. 1919
Nombre des articles retenus	55	54	42	38	203	44
Valeur moyenne des prix relatifs . .	113	502,4	113,5	298	123	258
Nombre des écarts par rapport à la moyenne	23	31	23	22	109	30
Proportion % des écarts en plus . .	32	23	19	16	94	14
Ecart*quadratique moyen	58	42	45	42	42	32
Coefficient de variation	22,5	206,3	20	111	31,8	126
	0,20	0,41	0,18	0,37	0,26	0,49

B. - Distribution des prix relatifs, dans chaque pays et à chaque époque, par comparaison avec la distribution normale de 100 événements fortuits (l'écart quadratique moyen pris comme unité).

Nombre d'écarts sur 100 au total dans chaque série:							
Limite des écarts positifs et négatifs à partir de la moyenne	Nombre théorique normal	France		Angleterre		Etats-Unis	
		Année 1913	Décemb. 1919	Année 1913	Décemb. 1919	Année 1909	Décemb. 1919
0,1	11	20	13	7	16	6	2
0,2	22	25	19	17	24	12	27
0,3	33	40	30	36	37	18	32
0,4	43	49	37	43	39	30	41
0,5	52	54	44	45	40	37	48
0,6	60	58	54	52	50	45	57
0,7	68	62	59	55	64	51	63
0,8	74	67	63	62	69	58	70
0,9	80	71	70	62	70	62	77
1,0	84	71	76	69	70	67	82
1,5	97	83	90	93	87	88	89
2,0	99	94	94	100	94	95	98
3,0	100	98	98	100	100	99	98

farine, le lard, le fer, l'acier, dont les prix sont trop directement liées à ceux d'autres marchandises, comme le blé, le porc, la fonte.

Les marchandises conservées dans les relevés précédents sont en petit nombre 38 à 55. Afin d'obtenir une comparaison fondée sur un plus grand nombre d'articles, on a noté le prix de 203 articles relevés dans le Bulletin of the Bureau of Labour de Washington, numéro de mars 1910, pour l'année 1909, et cette fois sans aucune exclusion.

Dans tous les cas, les notations ont porté sur les prix relatifs, c'est-à-dire sur les rapports entre les prix absolus et ceux de la

période de base, supposés égaux à 100. Les prix des Etats-Unis en 1909 sont rapportés à ceux de l'année moyenne 1890-1899; ceux de mai 1920 sont rapportés à la période 1901-1910, et il en est de même des prix observés en France ou en Angleterre aux deux époques 1913 et Décembre 1919.

Dans les colonnes du premier tableau (A), on a indiqué d'abord le nombre des articles considérés, puis la valeur moyenne des prix relatifs correspondant aux divers articles. Ensuite on a noté le nombre des écarts, en plus ou en moins de ces prix par rapport à leur valeur moyenne.

Enfin on a inscrit la valeur de l'écart quadratique moyen dans chaque cas, puis celle du coefficient de variation (quotient de l'écart quadratique moyen par la moyenne des prix considérés dans chaque série).

Dans le second tableau (B) les écarts par rapport à la moyenne de chaque série de prix sont classés par grandeur, l'écart quadratique moyen étant pris pour unité, et comparés aux écarts théoriques de la distribution normale.

Ou remarquera d'abord que la dispersion des prix s'accroît quand leur valeur moyenne augmente d'une manière notable. Ainsi l'indice moyen étant égal à 123 aux Etats-Unis en 1909, tandis qu'il ne dépasse pas 113 ou 113,5 en France et en Angleterre en 1913, l'écart quadratique moyen est sensiblement plus élevé dans le premier pays que dans les deux autres.

De même si l'on compare les deux époques, avant et après la guerre, on constate qu'à l'accroissement des prix correspond un accroissement plus considérable de leur dispersion.

Le coefficient de variation lui-même, déterminé en rapportant l'écart quadratique à la moyenne, est, dans tous les cas, à peu près double en 1919 ou 1920 de ce qu'il était avant la guerre.

En général les écarts en moins à partir de la moyenne sont plus nombreux que les écarts en plus; la distribution est déviée du côté des écarts inférieurs à la moyenne. Cependant les prix notés en France pour 1913 accusent une déviation en sens contraire. D'ailleurs, la déviation s'atténue quand les prix augmentent.

Quant à la distribution de ces écarts suivant leur grandeur, on voit, d'après le second des tableaux ci dessus qu'elle se conforme d'une manière relativement satisfaisante à la loi normale.

Il serait d'ailleurs surprenant que la concordance fût parfaite, puisque la loi des erreurs accidentelles suppose que les observations sont entièrement indépendantes tandis que, dans le cas des

prix, on est au contraire certain que les prix des marchandises sont dans une mutuelle dépendance: la hausse d'un article amène souvent une demande plus active d'un autre dont le prix, de ce fait, tend également à monter et inversement. D'autres fois, la hausse a pour conséquence un accroissement de la production, une offre plus active et un amoindrissement de la consommation d'autres articles dont les prix peuvent alors baisser. Les relations entre les différents prix sont de sens incertain; mais l'existence de ces relations n'est point douteuse.

Ainsi, les compensations réclamées par la condition n° 6 se réalisent effectivement dans une large mesure.

VIII. — *Comparaison du mouvement des prix avec des mouvements physiques.*

Les explications et justifications qui précèdent paraîtront peut-être inutilement longues à ceux qui connaissent les vues exposées par des autorités scientifiques telles COURNOT, JEVONS, EDGEWORTH. Peut-être n'a-t-on pas toujours indiqué avec assez de netteté combien il importait de séparer et de traiter à part des questions aussi différentes que celle du pouvoir d'achat de la monnaie en objets bien déterminés et celle d'un vague pouvoir d'achat en objets indéterminés, cette dernière question étant simplement, à notre avis, l'énoncé sous forme confuse d'un problème très précis, celui de la mesure de la valeur de l'unité monétaire.

Pour mettre en relief la nature de ce problème, nous avons eu recours plus haut à l'image des deux mètres dont l'un fournit, pour différentes longueurs, des mesures qui diffèrent des mesures prises avec l'autre. Peu importe avons-nous dit que ces mesures portent sur un grand nombre ou sur un petit nombre d'objets de même grandeur. Le rapport des deux mètres sera déterminé par le rapport des mesures de quelques objets, le nombre de ces objets dépendant uniquement de la précision avec laquelle sont prises les mesures. De même a-t-on dit, s'il s'agit de mesurer le déclin du soleil couchant par l'allongement des ombres, peu importe la surface des objets; ou encore, quand il s'agit de mesurer la pression atmosphérique à l'aide d'un ou de plusieurs baromètres, peu importe la surface du mercure dans ces baromètres (1).

(1) Prof. EDGEWORTH, *Report of the 5th meeting of the British Association for the advancement of science*, 1888, page 286.

Ces comparaisons sont insuffisantes parce que, dans tous les exemples, une seule influence prépondérante détermine soit le nombre de mètres enregistré, soit la longueur des ombres, soit la hauteur du baromètre, tandis que les prix sont soumis à de nombreuses influences déterminantes et à des influences perturbatrices importantes qui varient suivant les objets.

Une autre comparaison a été proposée, celle d'un tireur visant une cible (1). On peut déterminer la position de la ligne de visée d'après le groupement des points d'impact sur la cible. Or, si le tireur tire plusieurs séries de coups et que l'on note les centres des moyennes distances dans chaque série, puis que l'on combine ces centres pour en déduire le centre commun, il faudra naturellement attribuer à chaque centre un poids qui dépendra du nombre des coups qui a servi à le déterminer, sans d'ailleurs être proportionnel à ce nombre.

Ici encore, la comparaison est insuffisante car la synthèse des prix de diverses marchandises n'est point analogue à la synthèse des coups d'un tireur unique. Il faudrait supposer plusieurs tireurs.

Or, si nous associons plusieurs tireurs d'inégale force, utilisant la même arme, un seul coup tiré par un tireur habile vaudra plus pour la détermination de la ligne de visée que cent coups tirés par un maladroit. Et si les tireurs sont d'égale force, il n'y a point de raison de leur attribuer des poids proportionnels aux nombres de coups tirés.

On peut imaginer d'autres modèles créant des analogies plus exactes bien qu'un peu plus compliquées. En voici un par exemple.

Supposons une série de réservoirs $R_1, R_2, \dots$ dont chacun reçoit une certaine quantité de liquide venant d'un bassin d'alimentation A , en quantité variable suivant le degré d'ouverture d'une vanne d'amenée V . Des vannes de décharge sont placées de même à la sortie du liquide de chacun des réservoirs R . Dans chacun de ces réservoirs, le liquide prend une certaine hauteur qui varie suivant l'écart qui se produit entre l'arrivée et l'évacuation. Un flotteur, porté par la partie supérieure du liquide, règle la hauteur d'un indicateur mobile qui se meut verticalement devant un tableau gradué commun à tous les réservoirs. La liaison entre l'indicateur et le flotteur étant assurée par une chaîne qui passe sur une poulie mobile, l'index descend quand le niveau s'élève et inversement.

(1) M. FLUX, *Journal of the royal statistical society*, mars 1921, page 178.

Nous pouvons admettre que chaque réservoir R correspond à l'échange d'une marchandise particulière. L'amenée du liquide correspond à la production, la décharge à la consommation. On peut même supposer qu'avant d'entrer dans le réservoir R , le liquide tombe d'abord en partie dans un bassin auxiliaire de stockage S .

Et l'analogie sera plus précise si l'on suppose que certains réservoirs R communiquent entre eux par des canaux plus ou moins fins, de sorte que le manque de liquide dans l'un produit un appel de quelque autre à niveau supérieur, et inversement, un temps plus ou moins long étant nécessaire pour l'établissement de l'équilibre.

D'autre part, on peut admettre que les liquides sortant des différents réservoirs R en quantités différentes — et à des vitesses différentes que déterminent les hauteurs différentes des liquides dans les divers réservoirs — unissent leurs actions pour faire mouvoir une roue hydraulique dont le travail théorique sera la somme des énergies que possèdent les différents liquides à leur décharge: le mécanisme ainsi imaginé donne une idée assez exacte des liaisons qui unissent la production et la consommation.

Dans ce qui précède aucun organe n'a de rôle analogue à celui de la monnaie.

Cependant on peut imaginer que le moteur hydraulique fasse mouvoir une pompe qui reprend le liquide après son action sur le moteur, ou même un autre liquide (mais il faudrait alors, un autre mécanisme intermédiaire) et le renvoie dans un second bassin d'alimentation A' , de surface égale à la surface totale de réservoirs R , d'où des vannes V' le distribuent dans ces réservoirs R , qui sont déjà alimentés par les vannes précédentes manoeuvrées à la main. Ces nouvelles vannes V' sont supposées manoeuvrées par les poulies sur lesquelles passent les chaînes qui transmettent le mouvement des flotteurs aux indicateurs.

Enfin le tableau devant lequel se meuvent les indicateurs peut être supposé constitué par un soufflet en accordéon dont les arêtes portant des tringles horizontales équidistantes et numérotées à partir du bas. Le bas du soufflet étant supposé fixe, le haut subirait la pression du liquide contenu dans le bassin d'alimentation A' , au quel cas les tringles se rapprochent ou s'écartent toutes de la même quantité. De sorte que, malgré la baisse de l'indicateur, le nombre des tringles qui mesurent sa hauteur, à partir de la base du soufflet, pourra avoir augmenté.

Cet appareil imaginaire est assurément compliqué mais il l'est

pourtant moins que le mécanisme de l'échange et surtout il ne représente que très imparfaitement ce mécanisme.

Il semble en effet impossible de construire un modèle mécanique représentant exactement les manifestations de la valeur. Entre autres raisons, une mesure physique est toujours composée d'unités d'égale valeur, tandis que la valeur d'un objet n'est pas toujours divisible. 100 pommes peuvent à la rigueur valoir 100 fois la valeur d'une pomme, mais une moitié de pomme, une moitié d'habit, une moitié de statue sont très loin de valoir la moitié de l'objet entier.

Contentons-nous cependant de la représentation décrite cidessus.

Supposons les vannes V fermées, les réservoirs R étant suffisamment garnis de liquide. Tout le système fonctionnera automatiquement. S'il n'y a aucune perte du liquide, aucune perte de charge, aucun frottement, l'eau de la décharge remontera dans le bassin A' dont le niveau se maintiendra constant; chaque vanne V' peut être réglée de manière à ne laisser sortir de A' que la quantité de liquide nécessaire pour maintenir l'indicateur correspondant à une hauteur invariable. Le travail accompli, $\bar{R}$, par le moteur hydraulique est alors égal à la somme des produits des quantités de liquide, évacuées des différents réservoirs, par les hauteurs des indicateurs correspondants au dessous d'une certaine tringle du soufflet, cette hauteur étant mesurée par un nombre de tringles. Mais il y a des pertes, de sorte qu'il faut introduire à l'aide des vannes V du liquide emprunté au bassin A . Suivant la manière dont se fera cette introduction, les indicateurs varieront de hauteur et il se pourra que, par le jeu des vannes V' , le liquide du bassin A' se tienne à un niveau plus élevé, ou plus bas, que le niveau normal, et ainsi le soufflet s'ouvrira ou se rétrécira de telle sorte que l'intervalle commun entre deux tringles devienne plus ou moins grand. Et le même résultat se produit si l'on ajoute du liquide dans le bassin A' , ou si l'on en enlève, artificiellement.

Dans ce cas, on mesure le travail accompli en formant le produit des quantités de liquide évacuées par les nombres de divisions des indicateurs correspondants puis par le nombre de millimètres compris entre deux tringles.

Soit π ce nombre de millimètres, q_1, q_2 etc. les quantités évacuées des différents réservoirs, $p_1, p_2 \dots$ les nombres d'intervalles accusés par les différents indicateurs, π_1, π_2 les nombres de millimètres compris dans ces intervalles, on pourra écrire:

$$R\pi = q_1\pi_1 + q_2\pi_2 + \dots + q_n\pi_n$$

c'est l'égalité (3) de la page 65.

Si l'on différencie les deux membres de cette égalité et qu'on divise par $R\pi$, on obtient :

$$(6) \quad \begin{aligned} \frac{dR}{R} + \frac{d\pi}{\pi} &= \frac{q_1}{R} \frac{d\pi_1}{\pi} + \frac{q_2}{R} \frac{d\pi_2}{\pi} + \dots + \frac{\pi_1}{\pi} \frac{dq_1}{R} + \frac{\pi_2}{\pi} \frac{dq_2}{R} + \dots \\ &= \frac{q_1}{R} \frac{dp_1}{\pi} + \frac{q_2}{R} \frac{dp_2}{\pi} + \dots + p_1 \frac{dq_1}{R} + p_2 \frac{dq_2}{R} + \dots \end{aligned}$$

Dans le cas où les quantités q sont invariables, les premiers termes du second membre composent la variation d'une certaine quantité S' rapportée au travail exprimé en millimètres grammes, tandis que les derniers termes sont nuls.

On peut alors écrire :

$$(7) \quad \frac{dR}{R} = \frac{dS'}{R\pi} - \frac{d\pi}{\pi}$$

L'accroissement relatif du travail total, exprimé en divisions-grammes de l'échelle, est égal à l'accroissement relatif du travail exprimé en millimètres-grammes, diminué de l'accroissement relatif d'une division mesurée en millimètres. Supposons que le niveau du liquide varie d'un réservoir à l'autre mais que la hauteur moyenne ne varie pas. Alors le niveau du bassin A' se maintient également constant. Au contraire, si le niveau moyen des réservoirs, et par conséquent la hauteur moyenne des indicateurs se modifie, les vannes V' s'ouvrant ou se fermant davantage, le niveau du liquide dans le bassin A' variera exactement de la même quantité que la hauteur moyenne des indicateurs et le changement de hauteur de l'intervalle entre deux tringles consécutives du soufflet variera dans la même proportion.

Ainsi l'appareil, dont le réglage est théoriquement possible, comporte deux mesures différentes :

1) La mesure du travail, ou bien exprimée par une somme de produits de quantités de liquide multipliées par des hauteurs mesurées en nombre de tringles, si l'intervalle de deux tringles est supposé fixe, ou bien exprimée par une somme de quantités de liquide multipliées par des hauteurs mesurées en millimètres. Cette mesure est analogue au revenu exprimé, soit en nombre d'unités monétaires, soit en grammes d'or. Quand les quantités sont supposées constantes, ainsi que l'intervalle de 2 tringles, la somme de produits correspond à ce que nous avons appelé l'indice budgétaire.

2) La mesure de la variation relative commune des indicateurs, égale à la variation relative de l'intervalle entre deux tringles. Cette mesure est analogue à la variation commune des prix,

laquelle est égale à la variation hypothétique ou réelle de l'unité monétaire.

L'égalité (7) ci-dessus s'interprète de la manière suivante :

La variation relative du revenu exprimé en unités monétaires est égale à la différence entre la variation relative de l'indice budgétaire par rapport au revenu en or et la variation relative de l'unité monétaire évaluée en or.

Le modèle idéal qui vient d'être décrit permet de comprendre qu'il y a autant de difficulté à représenter, par un indice unique, le pouvoir d'achat de la monnaie qu'on en rencontrerait si l'on voulait, en mécanique, représenter par un coefficient unique des choses d'espèce aussi différente qu'un travail et une hauteur.

IX. — *Conclusions.*

En résumé, dans l'étude du mouvement général des prix, la contradiction, maintes fois signalée, entre des vues théoriques qui paraissent gouvernées par l'évidence du raisonnement et la réalité, est sans doute simplement l'effet d'une confusion entre l'indice budgétaire et l'indice monétaire du mouvement. Combien d'auteurs ont regardé comme absurde que, dans le calcul d'un indice destiné à mesurer le pouvoir d'achat de la monnaie (sans autre précision), en accordât le même poids au blé ou à la houille d'une part et d'autre part au poivre ou à l'indigo ! (1)

Peu nombreux sont les auteurs qui, par intuition comme SAUERBECK ou par une analyse appropriée comme COURNOT et EDGEWORTH, ont aperçu les distinctions à faire. On s'est émerveillé de voir un indice établi contrairement au bon sens accuser des changements analogues à ceux d'indices savamment et scrupuleusement étudiés ; c'est que le prétendu bon sens était peut-être l'effet d'une vue incomplète des choses.

Quand les prix sont soumis à une tendance générale, soit imposée de l'extérieur, soit intrinsèque, que l'on peut exprimer en l'attribuant à un changement de valeur de l'unité monétaire, ces prix devraient tous varier dans la même proportion s'il n'y avait d'autres influences en jeu. Alors le résultat de leur agrégation dans une fonction linéaire serait le même quels que soient les poids attribués à ces prix.

(1) Voir par exemple l'article *Prix*, par DE FOVILLE, dans le dictionnaire d'« Economie politique » de LÉON SAY et la controverse entre PIERSON et EDGEWORTH dans « l'Economic Journal » 1896.

En fait, suivant le but que l'on poursuit dans l'étude du mouvement général des prix, la forme de l'indice destiné à mesurer ce mouvement sera celle de l'indice budgétaire ou bien celle de l'indice monétaire.

Une condition essentielle, dans les deux cas, c'est que les prix incorporés dans l'indice soient aussi exacts que possible et par conséquent que la nature des objets soit exactement définie. C'est ce qui engage à incorporer dans ces indices des matières premières et des produits peu ouverts, de préférence aux produits finis dont les qualités sont trop variables et difficiles à définir.

En ce qui concerne l'indice budgétaire, le choix des objets dépend de la nature de l'étude; suivant que l'on étudie le coût de la vie des familles ouvrières, le coût de la vie de familles riches, le commerce extérieur, la production nationale, la nature et la quantité des articles incorporés dans l'indice seront très différents.

Et si l'on veut comparer la situation à deux époques éloignées ou dans des pays différents, comportant des éléments différents des budgets comparés, il faut se résigner à utiliser plusieurs indices.

Dans le calcul de l'indice monétaire, il est inutile de faire intervenir des quantités. La forme logarithmique est celle qui est théoriquement la plus satisfaisante. On peut sans inconvénient substituer, à cette forme, celle où interviennent les variations relatives des prix durant des intervalles successifs suffisamment petits. On peut aussi se contenter de rapporter chaque prix à la moyenne de ses valeurs, ou à quelque autre moyenne qui s'en rapproche, en particulier quand on désire simplement être fixé sur le sens des variations, sans attacher beaucoup d'importance à la grandeur des variations. Tel est le cas quand l'observation du mouvement général des prix a surtout pour objet de marquer les changements de sens du mouvement de l'activité générale, les périodes d'inflation ou de déflation.

Il serait certes désirable que l'on pût attribuer à chaque prix incorporé dans l'indice un poids proportionnel à sa précision, mais c'est fort difficile car la précision d'un prix ne peut guère être appréciée même approximativement. Ce serait une erreur de croire que plus une marchandise intervient en grande quantité sur les marchés, plus son prix mérite confiance; cette considération ne saurait suffire à elle seule.

Dans ces conditions, il est naturel d'accorder à tous les prix le même poids, sous réserve que l'on écarte les prix douteux.

Mais ces réserves et celles qui ont été faites au cours de cette étude indiquent qu'un indice du mouvement général des prix ne

saurait être considéré comme un instrument de mesure à peu près parfait, capable d'être substitué à la monnaie marchandise, quels que soient les inconvénients de cette monnaie. Ses services doivent être limités — et c'est déjà un rôle très important — au contrôle approximatif des changements de valeur de l'unité monétaire.

L'une des principales applications, avons-nous dit, de l'indice du mouvement général des prix est la détermination des changements de sens du mouvement de l'activité économique. Ces changements peuvent se produire dans un pays déterminé sans qu'il en résulte un trouble trop grand, grâce à l'intervention du Commerce international.

Mais s'ils se reproduisent simultanément dans plusieurs pays, la concordance des sommets ou des creux des courbes révèle une crise ou une dépression générale plus grave (1) qu'il serait utile de prévoir par l'étude des courbes composantes.

On peut se demander s'il n'y aurait point intérêt à calculer un indice international du mouvement des prix. Il s'agit uniquement de l'indice monétaire, car on ne peut concevoir un indice budgétaire international utile puisque cet indice n'a de valeur que pour une dépense concrète dont les caractères changent suivant les peuples.

Un indice monétaire pourrait au contraire être utilement calculé parce qu'il serait basé sur des prix particulièrement exacts. Il suffirait de noter les prix de matières bien caractérisées sur des marchés régulateurs, par exemple le blé dur n° 1 à Chicago, la fonte n° 3 à Middlesborough, etc. Les prix notés seraient ainsi soustraits aussi bien que possible aux influences perturbatrices qui tiennent aux conditions des transports, aux droits de douane, aux taxes intérieures, etc.

Peut-être cependant est-il préférable de s'en tenir à la comparaison des indices nationaux; mais un grand progrès serait réalisé si un accord international permettait d'attribuer à ces indices une composition uniforme. Même si le mode de calcul restait quelque peu différent, il y aurait un intérêt de premier ordre à ce que les marchandises incorporées dans les indices fussent les mêmes.

(1) Un graphique présentant la comparaison de courbes tracées pour l'étude du mouvement général de prix dans trois pays: Etats-Unis, Angleterre, France, a été inséré dans le « Bulletin de la statistique générale de la France » Octobre 1916, page 80.

CORRADO GINI

La guerra dal punto di vista dell'eugenica

1. — Il tema delle conseguenze della guerra dal punto di vista dell'eugenica è certamente uno di quelli che meritano di venire ripresi in base ai dati raccolti in occasione del recente conflitto.

Le conclusioni, a cui in passato erano giunti gli autori (STARR JORDAN, VERNON KELLOG), che dell'argomento si erano più diffusamente occupati, erano talmente pessimiste da apparire *a priori* come poco verosimili.

Se, invero, la guerra guerreggiata e il servizio militare, volontario od obbligatorio, a cui la previsione della guerra conduce pur in tempo di pace, avessero avuto effetti disgenici così pronunciati come codesti autori ammettevano, è da domandarsi come mai, da parecchi secoli a questa parte, mentre, in Europa e fuori, le guerre abbondarono e il servizio militare ebbe tanta estensione, non si sia verificato un decadimento della razza bianca, anzichè quel progresso nella durata di vita e, negli ultimi tempi almeno, anche nella statura, che le rilevazioni statistiche mettono fuori di discussione.

Certamente non si può negare *a priori* la possibilità che gli effetti disgenici di talune circostanze vengano compensati ad usura, e quindi mascherati, da fattori di miglioramento dell'organismo, quali, nel caso nostro, potrebbero vedersi nella migliorata alimentazione e nei progressi dell'igiene e della medicina. Senonchè gli effetti disgenici, che direttamente e indirettamente avrebbe avuto la guerra, sarebbero stati, secondo gli autori sopra citati, di tale portata da parere poco verosimile che venissero completamente mascherati lungo un decorso di secoli.

Nè deve meravigliare che ricerche, certamente bene intenzionate, di scienziati di valore abbiano potuto condurre, in questo

campo, a risultati disformati dal vero. Poichè le influenze che la guerra può direttamente o indirettamente esercitare sulla razza sono così varie e complesse, e spesso l'una con l'altra contrastanti, che non è facile coglierle tutte e soprattutto non è facile attribuire a ciascuna di esse quel coefficiente d'importanza che pure è decisivo per prevedere il loro risultato complessivo.

2. — Le ricerche finora compiute in base ai dati più recenti mostrano come, appunto per tali circostanze, alcune almeno delle conclusioni degli autori sopra citati restassero molto lontane dalla realtà.

Per ciò che riguarda la coscrizione militare, indagini, che, per l'Italia almeno, sembrano esaurienti, hanno confermato che la ferma ritarda, secondo la previsione degli autori sopra citati, il matrimonio di coloro (una parte indubbiamente scelta, almeno dal punto di vista fisico, della popolazione generale), che vi sono sottoposti; ma hanno, d'altra parte, posto in luce che, finita la ferma, questi si sposano con insolita frequenza ed hanno un numero di figli particolarmente elevato, così da compensare, a quanto sembra, largamente la prolificità scarsa o nulla dei loro compagni morti prima di prender moglie o nei primi anni di matrimonio. Si direbbe che l'avere prestato servizio militare costituisca, per i giovani, un carattere di preferenza nella scelta sessuale, che permette loro di sposarsi più facilmente, per quanto più tardi, e d'impalmare donne più giovani o più robuste o, comunque, più prolifiche.

La maggiore prolificità dei giovani che hanno compiuto la ferma mostra, d'altra parte, come le conseguenze delle malattie veneree che, secondo gli autori sopra citati, si contrarrebbero con eccezionale frequenza durante il servizio militare e verrebbero così a costituire un altro fattore di degenerazione della razza, siano lungi dall'avere la portata deleteria loro attribuita, poichè questa si dovrebbe indubbiamente manifestare in una insolita frequenza nella sterilità dei matrimoni e nella nati-mortalità della prole, e quindi in un minor numero di figli viventi, contrariamente a quanto nel fatto si verifica (1).

3. — Altra smentita era riserbata, per opera delle ultime indagini, alla previsione che i nati di guerra fossero di costituzione

(1) Cfr. per tutto questo, il nostro articolo *La coscrizione militare dal punto di vista eugenico*, in *Metron*, vol. I, n. 1, luglio 1920.

eccezionalmente debole. I dati raccolti sulla nati-mortalità e sulla mortalità infantile, e in particolare sulla mortalità per debolezza o per vizi congeniti, relativi agli anni di guerra nelle nazioni belligeranti, non rivelano invero traccia di codesta pretesa debolezza di costituzione e i dati sul peso dei neonati esposti più innanzi fanno anzi pensare, per i primi anni di guerra, ad una certa superiorità, a cui solo più tardi, segue un lieve peggioramento. Certamente anche in questo caso, non è da negare che agisca quel fattore selettivo sfavorevole alla razza che deriva dalla parte minore presa alla proliferazione dai militari sotto le armi, superiori, dal punto di vista fisico, al rimanente dei riproduttori (1). Senonchè cotesto fattore disgenico, su cui gli autori sopra citati fermavano esclusivamente la loro attenzione, sembra venire compensato da fattori agenti in senso opposto. Tali possono essere la particolare composizione delle nascite secondo l'ordine di generazione e la selezione dei riproduttori secondo le classi sociali. E forse agisce un fattore selettivo più sottile e di maggiore portata, per cui, nel disagio economico che fa rifuggire dal metter su famiglia e, per i coniugati, dall'avere figli hanno maggiore probabilità di cedere all'impulso sessuale, e quindi di sposarsi e, se coniugati, di aver figli, le persone di più robusta costituzione. Anche la brevità dei contatti coniugali, che è concessa ai militari, può rappresentare una circostanza che rende più severa la selezione dei riproduttori, in quanto la probabilità di avere figli resti diminuita, per effetto di tale circostanza, meno per le coppie più robuste che per le più

(1) Ricerche interessanti, per quanto limitate, ha eseguito, su questo punto, il BOLDRINI. Esaminando 3005 famiglie di soldati ammogliati appartenenti a classi operaie della città di Roma, i quali prestarono più o meno lungamente servizio fuori della propria città, egli ha riscontrato una fecondità annua del 317‰ prima della guerra e del 92‰ durante il servizio militare, con una diminuzione nel numero dei nati del 71‰. Negli ammogliati della città di Roma da 15 a 50 anni, complessivamente considerati, la fecondità annua era invece discesa dal 246‰, prima della guerra, al 187‰ durante la guerra, con una diminuzione nel numero dei nati del 24‰. Questi rapporti si riferiscono alla popolazione generale; quelli alla popolazione operaia, maggiormente prolifica. Ancora, per gli operai, si sono considerati sempre gli stessi individui, così che una piccola parte della diminuzione della loro fecondità deve attribuirsi al crescere dell'età. Infine, è da tener presente che il confronto è fatto, non tra popolazione generale e il complesso dei militari, ma tra popolazione generale e militari che hanno prestato servizio fuori della città, per i quali la diminuzione della prolificità dovette essere particolarmente forte. Pur tenendo conto di tutte queste circostanze, è però certo che le differenze riscontrate dal BOLDRINI sono molto significative.

deboli (1). Concorre probabilmente alla stesso risultato il lungo intervallo tra i parti, favorevole alla vitalità della prole (2).

4. — Queste indagini non esauriscono però il vasto campo delle relazioni fra la guerra e l'eugenica.

Rimane da esaminare l'influenza che può esercitare sulla razza la eccedenza di mortalità che, durante la guerra, si verifica nella popolazione militare e nella borghese, e rimane infine da investigare se e quale importanza possano avere per l'eugenica le ripercussioni e gli strascichi che la guerra, dopo la sua fine, determina nella natalità e nella mortalità.

Gli autori, che si occuparono in passato degli effetti della guerra dal punto di vista dell'eugenica, ammettevano con sicurezza che l'eccedenza di mortalità che si verifica durante la guerra avesse un carattere selettivo a rovescio e quindi un effetto nettamente disgenico.

I combattenti — essi osservavano — su cui si abbatte la furia della guerra, rappresentano una parte selezionata della popolazione. La loro morte, in età generalmente molto giovane, sottrae alla riproduzione molti fra i suoi elementi migliori.

Questo ragionamento, a tutta prima persuasivo, si rileva però, ad un più attento esame, alquanto semplicista.

Esso è valido limitatamente ai morti sul campo o in seguito a ferite di guerra. È certo che, a questo pericolo di morte, i militari, fisicamente superiori alla popolazione borghese, sono senza confronto più esposti di questa, ed è pure certo che, fra i militari, sono molto più esposti i più sani e i più robusti, giudicati atti alle fatiche di guerra, in confronto ai loro compagni ritenuti idonei ai soli servizi territoriali.

Senonchè l'eccedenza di mortalità, che si verifica durante le guerre, non proviene solo dalle morti in combattimento o in seguito a ferite di guerra; ma proviene anche, e anzi generalmente in parte maggiore, dalle morti in seguito a malattia nella popolazione militare e nella borghese.

Ora, se noi potessimo confrontare la mortalità per malattia che si verifica tra i militari in zona di combattimento con quella

(1) Cfr., in proposito, il nostro articolo *Sulla mortalità infantile durante la guerra*, in *Atti della Società italiana di Ostetricia e Ginecologia*, vol. XIX, anno 1920, e quello di F. SAVORGNAN, *La natimortalità durante la guerra*, in *Metron*, vol. I, n. 2, dicembre 1920.

(2) Cfr., su questo punto, le considerazioni svolte più innanzi, a pagg. 111-112.

che si verifica tra le truppe di retrovia o del territorio o con quella infine che si riscontra nella popolazione borghese, troveremmo, con tutta probabilità, un massimo di mortalità fra i militari in zona di combattimento, a cagione delle fatiche a cui sono sottoposti, le quali attenuano la forza di resistenza dei loro organismi per quanto particolarmente robusti; mentre resta dubbio — e il risultato potrebbe anche essere differente per diverse guerre e, nella stessa guerra, per vari Stati a seconda delle diverse condizioni di alimentazione dell'esercito e della popolazione civile — se, tenuto conto della composizione per sesso e per età, il minimo si riscontrerebbe tra la popolazione borghese o non piuttosto tra i militari delle retrovie e del territorio. In complesso, conviene però riconoscere che le differenze di mortalità per malattia, che si verificano dall'una all'altra di queste classi di popolazione, non sembrano poter avere un effetto selettivo molto favorevole alla razza e probabilmente anzi hanno un effetto selettivo contrario.

Ma importanza grande deve, d'altra parte, accordarsi alla influenza selettiva che la mortalità per malattia esercita entro alle singole classi, in quanto, entro ciascuna di esse, colpisce di preferenza gli organismi più deboli e sottrae quindi alla riproduzione i meno adatti tra gli individui della classe.

Si comprende come la portata del fattore di selezione rappresentato dalla mortalità per malattia, di fronte al fattore rappresentato dalla mortalità in combattimento o per ferita, debba essere più o meno grande a seconda della parte che le malattie prendono nella eccedenza di mortalità che si verifica durante la guerra. Ora, durante le guerre del passato, la mortalità per malattia negli eserciti belligeranti superava quella per ferite. Grazie ai progressi dell'igiene e della medicina, le parti si sono invertite nelle guerre più recenti, fatta eccezione per quelle combattute in paesi insalubri o in climi disadatti, come la gran parte delle coloniali. La mortalità per malattia resta però pur sempre notevole anche negli eserciti meglio organizzati. Ma la circostanza più importante, e quella, d'altra parte, su cui sembra essersi meno fermata l'attenzione degli eugenisti, consiste nella portata della eccedenza di mortalità che, durante la guerra, si verifica nella popolazione borghese. Anche nell'ultima guerra, essa ha superato, per qualcuno degli Stati belligeranti, come per l'Italia, la mortalità complessiva dei militari e per tutti, in ogni modo, assunse una notevole importanza. E la sua importanza dovette essere certamente anche maggiore per le guerre del passato di notevole durata. Dagli Stati

belligeranti, tale eccedenza di mortalità si diffonde molto spesso nei neutrali confinanti, e per il propagarsi delle epidemie e per la solidarietà nel disagio economico che alla guerra si accompagna. Ora, in quanto sopprime i meno robusti tra i giovani e tra gli adulti che non hanno finita la riproduzione, tale eccedenza di mortalità rappresenta un fattore di selezione, e, come tale, di miglioramento della razza. Che, indebolendo spesso coloro che non muoiono, tale eccedenza di mortalità possa, per altro verso, danneggiare permanentemente la razza, le prevalenti teorie biologiche non ammettono, in quanto esse negano la trasmissione dei caratteri acquisiti. Potrebbe tutt'al più ammettersi, secondo esse, per un fenomeno detto di induzione, una influenza sfavorevole sulla costituzione della generazione immediatamente seguente, da cui però le generazioni successive, se l'ambiente non si mantiene sfavorevole, si riprenderebbero facilmente.

Pare dunque da concludere che, se la mortalità in combattimento o per ferite di guerra ha effetti disgenici, la eccedenza di mortalità in seguito a malattie che si verifica tra i militari e tra i borghesi sembra invece dover avere, in definitiva, un'influenza piuttosto favorevole sulla costituzione delle generazioni future. Quale di questi due opposti fattori sia il prevalente, riesce difficile decidere *a priori* nè si può escludere che in talune guerre sia prevalsa l'influenza disgenica, in altre, al contrario, l'influenza eugenica della eccedenza di mortalità.

In confronto alle guerre del passato, quelle del presente dovrebbero avere più probabilmente un effetto disgenico, in quanto la mortalità in combattimento o per ferite è venuta, come si è detto, prendendo il sopravvento sulla mortalità per malattia fra i militari, e in quanto altresì la maggiore prosperità economica e la migliore preparazione delle guerre fa sì che i borghesi meno fortemente ne risentano le privazioni e i disagi e sieno pertanto soggetti a una meno grave eccedenza di mortalità. D'altra parte, però, il più largo reclutamento degli eserciti combattenti porta con sè necessariamente una meno rigorosa selezione dei militari, a cui deve naturalmente corrispondere un'influenza meno sfavorevole della mortalità in combattimento o per ferite e della differenza di mortalità per malattie tra combattenti e la restante popolazione.

Finora però noi abbiamo esaminato gli effetti eugenici o disgenici della guerra dal solo punto di vista fisico. Ora non è questo solo l'aspetto da cui un individuo o una classe d'individui devono essere considerati per giudicare del loro valore eugenico. Oltre alle

doti fisiche, bisogna prendere invero in considerazione le doti intellettuali e le morali. Senonchè qual' è il coefficiente di importanza da accordare a queste ed a quelle? Noi siamo così ricondotti al difficile, ma fondamentale, problema della definizione dell'individuo eugenico.

5. — Nella pratica, noi siamo costretti a giudicare del valore eugenico di una persona dalle sue doti individuali in base all'ipotesi di una perfetta eredità dei caratteri. Questa ipotesi è però solo approssimativa, e ciò per circostanze, accidentali non solo, ma anche sistematiche, che le moderne ricerche biologiche e statistiche permettono, almeno in parte, di individuare.

Un primo fatto importante, che la comune esperienza aveva notato da tempo e che la scoperta delle leggi mendeliane ha permesso di spiegare appieno, è quello che individui, i quali non posseggono un carattere in modo visibile, lo posseggono tuttavia in forma latente, così da poterlo trasmettere, con una data frequenza, in certe ipotesi, ai discendenti. Individui apparentemente uguali possono avere pertanto un valore eugenico molto diverso. L'esame delle genealogie permette in molti casi di rendersi conto di queste differenze; ma, indipendentemente da tale ricerca, spesso difficile a compiersi, si può prescindere dall'influenza di questa circostanza nel confronto tra classi di individui che vengono distinte in base a un criterio indipendente dalla latenza dei caratteri, quali appunto sono le classi dei borghesi e dei militari.

Altra circostanza di grande momento per il valore eugenico dell'individuo è, a quanto io penso, il punto che esso rappresenta nella evoluzione del plasma germinativo. Secondo teorie biologiche molto accreditate, il plasma germinativo descriverebbe invero una parabola analoga, sotto certi aspetti, per quanto molto più estesa nel tempo, alla parabola che descrive l'organismo. Ammesse tali teorie, se ne può dedurre che i discendenti di un individuo avranno diversa probabilità di riprodurre i suoi caratteri, o di migliorarli o viceversa di peggiorarli, a seconda che il suo plasma germinativo si trova nel ramo ascendente o in quello discendente della parabola. L'insorgere di certi squilibri psichici e di certe anomalie fisiche può in generale interpretarsi come indizio che il plasma trovasi nella sua fase discendente e fa pertanto prevedere, come tante volte si verifica per le persone di genio, una prole degenerare rispetto alle doti dei genitori. Io ritengo molto probabile che questa circostanza abbia diversa portata per le differenti

classi sociali, di cui le più elevate rappresentano verosimilmente, a mio modo di vedere, i plasmi germinativi più evoluti; ma la sua influenza può, in ogni modo, trascurarsi quando ci si limiti al confronto di due generazioni immediatamente successive, e ciò soprattutto se si esaminano categorie di popolazione, come sono appunto i borghesi e i militari, che risultano composte, anche se in misura non perfettamente uguale, di tutte le classi sociali.

Il più importante forse tra i fattori di perturbazione nel giudicare del valore eugenico degli individui è costituito dall'ambiente, in cui essi sono stati allevati ed educati. Due individui aventi lo stesso plasma germinativo, e quindi le stesse attitudini dal punto di vista dell'eugenica, possono acquistare doti estetiche, fisiche, intellettuali, morali, notevolmente diverse, a seconda del nutrimento e dell'educazione di cui godettero durante lo sviluppo. Questo fattore di perturbazione assume in pratica particolare importanza, in quanto, rispetto ad esso, differiscono sistematicamente le classi sociali. Sarebbe pertanto erroneo ritenere che le classi sociali elevate avessero sopra le più basse una superiorità, dal punto di vista eugenico, corrispondente alla superiorità che indubbiamente esse mostrano dal punto di vista delle doti individuali. Nei rispetti delle classi sociali, l'influenza perturbatrice dell'ambiente si cumula con quella del diverso stadio di evoluzione del plasma germinativo, di cui sopra discorrevamo. La conclusione si è che è molto pericoloso trarre illazioni sul valore comparativo, dal punto di vista eugenico, di persone appartenenti a classi sociali diverse basandosi sul confronto delle loro doti individuali. Nel comparare il valore eugenico delle persone, sarà bene restare pertanto sempre nell'ambito di una singola classe sociale.

Una circostanza che, a parità di costituzione dei genitori, può avere influenza notevole sulla costituzione dei figli è l'età dei genitori stessi e in particolare della madre. Questo fattore molte volte si elimina da sé nei confronti, in quanto le categorie di persone che si considerano non variano sistematicamente rispetto alla composizione per età; altre volte si può eliminare facilmente istituendo i paragoni tra gruppi di persone aventi la stessa età.

Il valore eugenico di un individuo può infine essere compromesso da malattie, le quali, pur lasciando intatte o di poco deteriorate le doti individuali, intacchino invece i germi, così da provocare nella prole una costituzione debole o difettosa. Tale è notoriamente l'influenza di alcune malattie veneree (sifilide, gonorrea) e di intossicazioni determinate dal maneggio di certi metalli (per esempio del piombo).

È poi appena necessario notare che il valore eugenico di un individuo presuppone la sua attitudine a generare. Per alte che fossero le sue doti individuali, il valore eugenico di Narsete non poteva evidentemente che essere nullo.

Pur con le limitazioni e le cautele suggerite dalle precedenti osservazioni, le doti individuali rimangono sempre, nella pratica, il criterio a cui conviene rifarsi per giudicare del valore eugenico di una persona. Le doti individuali degli ascendenti, quando siano note, e quelle dei figli, quando la proliferazione sia iniziata, possono costituire però spesso criteri sussidiari.

Ognuno di detti criteri, in ogni modo, presuppone una valutazione delle varie doti dell'individuo, relative alla bellezza della persona, alla robustezza dell'organismo, all'acume dell'intelligenza, alla rettitudine e alla forza del carattere.

Ora il dire che si deve presumere che abbia il massimo valore eugenico colui che possiede al più alto grado tutte queste qualità costituisce una verità evidente, ma non fornisce un criterio per eliminare i dubbi che si presentano nella pratica. Da un punto di vista pratico, ha importanza, non tanto il fissare un ideale eugenico, che nel fatto ben raramente si avvera, quanto il fornire un criterio per decidere quali, tra le svariatissime combinazioni di pregi e di difetti che si incontrano nella vita, meritino di venire riguardate come favorevoli e quali come sfavorevoli dal punto di vista eugenico.

Una persona fisicamente robusta, intellettualmente e moralmente elevata, ma esteticamente difettosa, Dante per esempio, potrà riguardarsi come eugenica? La risposta in questo caso è indubbiamente favorevole, i difetti estetici essendo evidentemente secondari di fronte a pregi eccezionali della mente e del carattere. Ma vi sono casi ben altrimenti incerti. Si sarebbe dovuto attribuire un valore positivo o negativo, dal punto di vista eugenico, in base sempre all'ipotesi dell'eredità piena dei caratteri, al Leopardi, deforme e malaticcio, appena mediocre per carattere, ma eccelso per ingegno? E, sempre in base all'ipotesi dell'eredità piena dei caratteri, quale giudizio dare, dal punto di vista eugenico, di un uomo bello e robusto, di alte doti intellettuali, ma depravato nel costume, come Oscar Wilde?

Molti daranno, nell'uno e nell'altro caso, un giudizio negativo in base alla considerazione che un mondo di individui deformi e malaticci o depravati, per quanto di alto ingegno, sarebbe condannato all'estinzione o al disordine. Ma noi vediamo, per contro, i paesi che diedero i natali a Leopardi ed a Wilde menarne vanto, con universale consenso.

La verità è che, nel giudicare delle doti individuali, non si può prescindere dalla loro reale frequenza. La legge della domanda e dell'offerta governa i valori economici non solo, ma tutti i valori.

Certamente, se tutti gli uomini, o solo una gran parte di essi, fossero, come Leopardi, di alto ingegno, ma deformi e malaticci, o, come Wilde, di alto ingegno, ma di costumi depravati, l'aggiunta di un altro Leopardi o di un altro Wilde sarebbe, anzichè di utilità, di danno sociale: Leopardi e Wilde avrebbero allora un valore sociale ed eugenico negativo. Ma non è in tale ipotesi, che pure sta a base della risposta negativa sopra prospettata, che si può giudicare del valore delle persone. Convieni tener conto della reale frequenza o scarsezza delle doti che esse presentano. In un mondo di esseri generalmente mediocri dal punto di vista intellettuale, un essere intellettualmente superiore, anche se fisicamente deficiente o moralmente deplorabile, può costituire un utile ingrediente sociale, la eccellenza dell'ingegno facendo passare in seconda linea i difetti fisici o i vizi morali. E, come il mercato esprime col prezzo l'utilità economica, tenendo conto, non solo delle qualità intrinseche dei beni, ma anche della loro quantità disponibile in relazione al fabbisogno, così la società, nel giudizio che dà sul valore delle persone, esprime una sintesi in cui è tenuto conto, non solo delle qualità intrinseche, ma anche della frequenza di queste in relazione ai bisogni sociali. Onde noi vediamo mutare essenzialmente la considerazione delle varie categorie di persone dall'uno all'altro momento storico o dall'una all'altra contingenza sociale, da un periodo di pace, ad esempio, a un periodo di guerra.

La considerazione sociale, di cui godono le persone, ci fornisce così la valutazione sintetica delle loro doti individuali e quindi, con le imitazioni e le condizioni sopra ricordate, anche la misura del loro valore eugenico.

Questo criterio è atto a risolvere *a posteriori* la questione, *a priori* certamente insolubile, della distinzione tra tipo eugenico e tipo disgenico. Esso ci dà anche modo di misurare, sia pure approssimativamente, quando si disponga di un grande numero di osservazioni, il valore eugenico delle persone. Poichè, normalmente, la considerazione sociale si traduce in successo nella carriera intrapresa. Certamente la fortuna ha, nel successo, una buona parte; per ciò conviene, come dicevamo, fondarsi sopra un largo numero di osservazioni, così che resti eliminata l'influenza del caso. Certamente anche, molte volte, non è comparabile il successo che si ottiene in una con quello che si raggiunge in altra

professione, in quanto il successo dipende essenzialmente dall'organizzazione che la natura della professione consente: così, a pari merito, i successi dei cantanti o degli oratori o dei poeti riusciranno incomparabilmente superiori a quelli degli scienziati puri. Ciò consiglierà di desumere dal successo il valore eugenico delle persone nel solo ambito della stessa categoria professionale. Il che sarà opportuno anche perchè, nei confronti tra categorie professionali diverse, non si potrebbe risalire con sicurezza, per le ragioni vedute, dal valore individuale al valore eugenico delle persone quando le varie categorie professionali sieno alimentate, come spesso avviene, in diversa misura dalle differenti classi sociali.

6. — Le considerazioni che precedono ci permettono di affrontare il problema sulla azione selettiva della eccedenza di mortalità tra i militari che avevamo provvisoriamente messo da parte.

Basterà invero esaminare se, nelle singole categorie professionali, i morti in guerra avevano, nella media dei casi, raggiunto una posizione superiore a quella dei loro coetanei che la guerra risparmiò.

Estendendo la ricerca non solo ai morti in guerra, ma a tutti i morti durante la guerra, si può avere un'idea della influenza selettiva che esercita complessivamente la mortalità eccezionale che si verifica nel periodo delle ostilità.

Per giudicare del successo più o meno grande riportato dai singoli individui nell'esplicazione della loro attività professionale si può ricorrere a varî criteri, differenti dall'una all'altra categoria di occupazione.

Per i militari effettivi, ad esempio, il successo si potrà desumere dal grado al quale sono pervenuti ad una data età e dall'anzianità in esso raggiunta. Si potrà tener conto pure delle promozioni avute per meriti speciali e di altre eventuali distinzioni; forse anche basarsi, per quanto il criterio appaia ai conoscitori dell'ambiente militare alquanto incerto, sulle note caratteristiche.

Per gli artisti, il numero dei lavori premiati o di quelli accettati nelle esposizioni potrà fornire un indizio della loro abilità.

Analogamente, per gli iscritti alle società sportive, l'abilità si potrà desumere dal numero e dalla importanza delle vittorie conseguite nelle prove interne e nelle pubbliche gare.

La diffusione delle opere, i premi a queste aggiudicati, i concorsi vinti, possono dare una misura della fama di cui godono gli scrittori, qualora il paragone si limiti a scrittori della stessa materia e della stessa indole.

Gli studenti possono venir graduati molto bene secondo la loro attitudine agli studi, in base all'anno di corso raggiunto ad una data età, al numero degli esami superati e alla media delle classificazioni riportate.

Nella gran parte delle categorie professionali, il successo può ottimamente desumersi dalla remunerazione percepita. Artisti lirici e drammatici, liberi professionisti, impiegati privati, funzionari, maestri elementari, insegnanti secondari, salariati possono in generale giudicarsi, entro i limiti della propria categoria professionale, tanto più abili e tanto più considerati quanto maggiore è la retribuzione che, a pari età, essi hanno potuto raggiungere. Per talune categorie professionali, come ad esempio quella dei maestri elementari, le quali non vengono sempre abbracciate subito, ma talvolta, dopo l'insuccesso di altre prove, in età avanzata, può però sembrare preferibile di eliminare, non solo l'influenza dell'età sulla retribuzione, ma anche quella del numero di anni da cui data l'esercizio della professione.

Questi criteri aprono l'adito ad una serie di interessanti indagini e di ingegnose elaborazioni che potranno finalmente gettare qualche luce sull'azione selettiva della mortalità nei periodi di guerra.

Ricerche sopra gli studenti delle Università di Padova e di Cagliari sono già state iniziate, alle quali spero che altre potranno tener dietro per altre Università.

A titolo di saggio, presento qui i risultati di una ricerca sopra gli insegnanti elementari morti per causa di guerra.

7. — La pubblicazione della Cassa Depositi e Prestiti intitolata: *Relazioni e rendiconti consuntivi presentati alla Commissione di vigilanza*, anno 1916, vol. 2° (1917), contiene a pagg. 104-123 la classificazione, per età e per anni di servizio, degli insegnanti elementari con servizio a solo carico del Monte-pensioni, che erano in attività di servizio al 31 dicembre 1914, e, per ciascuna combinazione di età e di anni di servizio, l'ammontare degli stipendi goduti, alla data stessa, dai rispettivi insegnanti. Per giudicare se, tra essi, i morti per causa di guerra avevano, a parità di anni, di servizio e di età, raggiunto uno stipendio in media superiore a quello della generalità degli insegnanti, era necessario costruire una classificazione analoga per gli insegnanti elementari morti per causa di guerra. Alla fine di procurarsi i dati occorrenti, una circolare fu diramata, in data 17 aprile 1919, dalla Sezione Statistica-Economica all'Ufficio Storiografico della Mobilitazione, a tutte le Am-

ministrazioni provinciali scolastiche del Regno, accompagnata dalla tabella qui riprodotta.

TAVOLA I.

Amministrazione Provinciale Scolastica di

Morti per causa di guerra tra gli insegnanti che al 31 Dicembre 1914 erano in servizio in Scuole pubbliche elementari del Regno, in Asili d'infanzia e in Regi educatori femminili.

Cognome	Nome	Comune dove l'insegnante prestava servizio	Anno di nascita	Anni di servizio al 31 Dic. 1914	Sti- pendio	Causa della morte (1)	Il morto aveva servizio a solo carico del MontePensioni? (2)

(1) Nel caso che risulti all'Amministrazione Scolastica Provinciale, indicare se l'insegnante è morto in combattimento, oppure in seguito a bombardamento nemico aereo o navale, oppure per ferita di guerra, oppure per malattia, o infine per causa accidentale. Nel caso che non risulti, lasciare in bianco la colonna.

(2) Nel caso che ciò risulti all'Amministrazione Scolastica Provinciale, rispondere con un *sì* o con un *no*. Nel caso che non risulti, lasciare in bianco la colonna.

Nella circolare era chiarito che « per morti per causa di guerra » si dovevano intendere i militari e civili morti, sia in combattimento, sia in seguito a bombardamento nemico aereo o navale, sia in conseguenza di ferite riportate durante il servizio militare o di malattie contratte in servizio militare o come addetti ad ospedali militari.

Tutte le 69 amministrazioni provinciali scolastiche risposero, fornendo i dati necessari. Questi si trovano classificati per provincia nella Tabella II. I dati forniti riguardavano 275 insegnanti elementari morti: ma, per molti di questi, essi non erano usufruibili ai fini della nostra ricerca, in quanto mancava l'indicazione dell'età o degli anni di servizio o dello stipendio percepito, oppure in quanto si trattava di maestri, che non avevano servizio a solo carico del Monte-Pensioni, o che non erano in servizio al 31 dicembre 1914. Parecchie delle lacune poterono però colmarsi mercè le indagini gentilmente compiute, nei suoi schedari, dall'Ufficio tecnico della Cassa Depositi e Prestiti.

Vennero così resi usufruibili i dati relativi a 234 dei 275 maestri indicati nelle risposte delle Amministrazioni provinciali scolastiche. Furono usufruiti, a fine di non restringere troppo il numero già limitato delle osservazioni, anche i dati per quei maestri per cui

TAVOLA II.

Insegnanti elementari morti per causa di guerra classificati secondo la Provincia dove insegnavano.

Provincia	Numero dei maestri morti	Provincia	Numero dei maestri morti	Provincia	Numero dei maestri morti	Provincia	Numero dei maestri morti
Alessandria	6	Genova	0	Ancona	4	Bari	7
Cuneo	1	Porto Maurizio	5	Ascoli Piceno	3	Foggia	4
Novara	7	Liguria	5	Macerata	4	Lecce	5
Torino	9			Pesaro Urbino	1	Puglie	16
Piemonte	23	Bologna	4	Marche	12	Potenza	5
Bergamo	1	Ferrara	4	Perugia	0	Basilicata	5
Brescia	4	Forlì	7	Umbria	0	Catanzaro	5
Como	4	Modena	1	Roma	8	Cosenza	13
Cremona	0	Parma	0	Lazio	8	Reggio Calabria	3
Mantova	2	Piacenza	1	Emilia	24	Calabria	21
Milano	14	Ravenna	0			Caltanissetta	1
Pavia	2	Reggio Emilia	0	Catania	5		
Sondrio	1	Toscana	12	Aquila	12	Girgenti	3
Lombardia	28			Arezzo	1	Campobasso	5
Belluno	1	Firenze	1	Chieti	5	Messina	0
Padova	7	Grosseto	0	Teramo	5	Palermo	8
Rovigo	2	Livorno	3	Abruzzi e Molise	27	Siracusa	2
Treviso	6	Lucca	1	Avellino	4	Trapani	4
Udine	1	Massa Carrara	2	Benevento	0	Sicilia	23
Venezia	2	Pisa	4	Caserta	9	Cagliari	10
Verona	2	Siena	0	Napoli	4	Sassari	7
Vicenza	11	Toscana	12	Salerno	5	Sardegna	17
Veneto	32			Campania	22	Regno	275

l'Amministrazione provinciale scolastica non aveva saputo rispondere se avessero o meno servizio a solo carico del Monte-Pensioni. Vedremo in seguito la possibile portata di questa inclusione.

I dati relativi ai 234 maestri si trovano classificati nella Tabella III. Dato il numero limitato delle osservazioni, non parve fosse il caso di distinguere, come dapprima, nel diramare la circolare, si era pensato, i morti per malattia e i morti per causa accidentale dai morti nei fatti d'arme o per ferite in essi riportate.

Il totale degli stipendi annui dei 234 maestri classificati ammonta a 308,843 lire, con una media di 1,320 lire annue.

Se, per ogni singola combinazione di età e di anni di servizio, i maestri avessero avuto, in luogo del loro stipendio effettivo, lo stipendio medio che, per quella combinazione, si ricava dalla tavola pubblicata dalla Cassa Depositi e Prestiti, l'ammontare totale degli stipendi annui dei 234 maestri sarebbe stato di 306,029 lire, con una media di 1,307 lire annue.

Lo stipendio effettivo dei maestri morti per causa di guerra risulta dunque di appena 13 lire all'anno superiore allo stipendio che, a parità di composizione per età e per anni di servizio, aveva la generalità dei maestri. La differenza, che è appena dell'1 %, potrebbe tranquillamente attribuirsi al caso, che, dato il numero limitato delle osservazioni, deve avere una notevole portata, se pure non potesse spiegarsi abbondantemente con talune circostanze di indole sistematica.

A) Come si è detto, i maestri elementari, per cui nelle risposte delle Amministrazioni provinciali scolastiche non era dichiarato se erano o meno iscritti al solo Monte-Pensioni, vennero inclusi nella nostra classificazione come se lo fossero stati. E possibile che, di essi, taluni non lo fossero. Ora, dai dati raccolti, risulta che gli insegnanti, che non avevano servizio a carico del solo Monte-Pensioni, percepivano, a parità di anni di servizio e di età, uno stipendio notevolmente superiore. Tale inesattezza ha dunque probabilmente per effetto di far apparire più alto del vero lo stipendio medio dei maestri iscritti al solo Monte-Pensioni.

B) Nella classificazione degli insegnanti elementari viventi, contenuta nella relazione della Cassa Depositi e Prestiti, gli anni di servizio e gli anni di età sono, secondo le informazioni avute dell'Ufficio tecnico, arrotondati a meno di mezzo anno. Nelle risposte fornite dalle Amministrazioni provinciali scolastiche, solo raramente (per 32 dei 234 maestri) la data di nascita venne indicata in anni e mesi, così da permettere la classificazione dei dati in anni di età

e in anni di servizio arrotondati. Per 64 maestri, invece, solo la data di nascita e, per 50, solo gli anni di servizio vennero indicati dalle Amministrazioni provinciali scolastiche in anni e mesi e, per 88, infine, così l'indicazione della data di nascita, come quella degli anni di servizio, venne data semplicemente in anni. Questi dati furono classificati come se le Amministrazioni scolastiche avessero arrotondato le cifre a meno di mezzo anno. È probabile che, invece, molte volte, se non sempre, le Amministrazioni provinciali scolastiche avessero più semplicemente fornito le cifre abbreviate, indicando gli anni e trascurando i mesi. Ne viene che, qualora i dati forniti fossero stati più dettagliati, molti dei maestri classificati sotto un'età o sotto una durata di servizio avrebbero in realtà dovuto classificarsi sotto un'età o sotto una durata di servizio maggiore di un anno. Ora, poichè, col crescere dell'età e degli anni di servizio, cresce di regola lo stipendio medio dell'insegnante, questa inesattezza deve aver avuto per effetto di far apparire lo stipendio teorico alquanto più basso di quello che correttamente avrebbe dovuto calcolarsi.

Tenuto conto di queste osservazioni, si può bene concludere che dalla nostra indagine non risulta che i maestri elementari morti per causa di guerra avessero, a pari età e durata di servizio, uno stipendio superiore a quello dei loro colleghi risparmiati dalla guerra.

8. — Mi fu osservato essere difficile che, eliminata l'età e la durata del servizio, lo stipendio possa risultare molto diverso per due categorie di persone, la maggiore abilità delle une in confronto delle altre dovendosi esplicitare, molto più che col diverso stipendio a parità di età e di anni di servizio, col diverso numero di anni di servizio a parità di età, in quanto le persone più valenti e più abili poterono entrare in servizio prima delle altre.

La classificazione pubblicata dalla Cassa Depositi e Prestiti mostra tuttavia, per gli insegnanti elementari, a pari età, una tale diversità nella lunghezza del servizio, che è difficile poter far risalire esclusivamente, o anche solo in gran parte, a differenze nell'abilità individuale. Per i maestri elementari di 32 anni, ad esempio, la durata di servizio variava da 0 a 16 anni, per le maestre della stessa età, da 0 a 18 anni; per i maestri e le maestre di 48 anni, essa variava da 0 a 31 anni, e così via. D'altra parte, a 65, a 69, a 74 anni, si incontravano maestri che non avevano ancora 6 mesi di servizio; a 76 anni, maestre che figuravano con 1 anno di servizio; a 74 anni, maestri con 4 anni di servizio.

Differenze così enormi devono evidentemente risalire, almeno in parte, alla circostanza che la professione di insegnante al servizio dello Stato viene spesso abbracciata solo in tarda età, o per sopraggiunti dissesti finanziari, o dopo avere insegnato privatamente, o dopo avere tentato altre professioni. Per modo che la durata del servizio, a pari età, è in molti casi indipendente dalla abilità individuale. Per questa considerazione, appunto, essa venne, nel calcolo precedente, eliminata a fine di formarsi un giudizio dell'abilità dei maestri morti in guerra. Poichè, tuttavia, in molti altri casi la durata del servizio a pari età dipende certamente anche dalla valentia della persona, non sarà male rifare il calcolo eliminando solo l'influenza dell'età.

La Tavola IV porta, alla colonna 2, lo stipendio medio degli insegnanti elementari viventi al 31 dicembre 1914 per ciascuna delle età indicate alla colonna 1. Moltiplicando tali medie per il numero degli insegnanti dell'età rispettiva morti per causa di guerra e sommando i prodotti ottenuti, si perviene al totale annuo degli stipendi che gli insegnanti morti avrebbero percepito qualora avessero avuto, a pari età, uno stipendio uguale allo stipendio medio degli insegnanti vivi. Questo totale risulta di 304,220 lire con una media di 1,300 lire annue. Il totale effettivo è, come si è visto, di 308,843 lire con una media di 1,320 lire. La differenza del 1,5% può attribuirsi tranquillamente al caso o alle circostanze perturbatrici di carattere sistematico già poste in luce. Che non vi sia una differenza sostanziale può ritenersi confermato dal confronto tra la medie relative alle singole età contenute nelle colonne 2 e 4 della Tavola IV a pag. 110. Su 22 casi, in 11 risultano superiori gli stipendi medi dei maestri morti per causa di guerra e in 11 gli stipendi medi di tutti i maestri viventi.

I risultati che si ottengono eliminando l'influenza della durata del servizio confermano dunque quelli a cui eravamo giunti tenendone conto.

Possiamo in definitiva concludere che nulla autorizza a pensare che i maestri morti in guerra fossero superiori al complesso dei loro compagni che la guerra ha risparmiato.

Non ci nascondiamo che l'indagine da noi compiuta si riferisce ad una sola categoria professionale e, per di più, ad una categoria professionale che, dai dati raccolti, non sembra aver dato molti morti alla patria. Altre e più estese indagini si renderanno necessarie per giudicare con precisione dell'influenza selettiva della mortalità direttamente causata dalla guerra; ma l'indagine com-

Stipendio, secondo l'età, dei maestri elementari.

Anni di età	Viventi al 31 - IX - 1914	Morti per causa di guerra	
	Stipendio medio	Numero	Stipendio medio
1	2	3	4
17	1222.22	1	1200.—
18	1163.68	7	1240.—
19	1197.06	9	1233.33
20	1257.54	13	1264.61
21	1235.23	21	1194.28
22	1242.46	19	1270.52
23	1273.49	18	1251.66
24	1275.18	23	1261.91
25	1284.33	16	1223.75
26	1325.61	18	1486.33
27	1321.01	21	1294.95
28	1328.54	16	1487.62
29	1373.85	9	1402.77
30	1343.96	9	1289.33
31	1370.96	8	1524.37
32	1374.41	5	1425.80
33	1408.72	5	1492.—
34	1434.01	5	1348.—
35	1428.83	5	1406.80
36	1446.41	4	1356.—
43	1519.74	1	1450.—
48	1578.75	1	1658.—

piuta serve frattanto ad avvalorare il sospetto, a cui eravamo giunti in base a considerazioni *a priori*, che la eccedenza di mortalità dei periodi di guerra non abbia quegli effetti profondamente disigenici che le venivano generalmente attribuiti.

9. — Le ripercussioni e gli strascichi che la guerra lascia dietro di sé, ultimo punto di cui ci resta da parlare, possono consistere in una accresciuta mortalità e in una accresciuta natalità.

La mortalità può invero mantenersi nel dopo guerra a un livello superiore al normale per il continuarsi delle epidemie scop-

piate durante la guerra e per il persistere e l'accentuarsi del disagio economico. Il fenomeno è, se non costante, frequentissimo. Non appare d'ordinario in tutta la sua intensità, e spesso anzi resta completamente mascherato, per effetto del diminuito numero — conseguenza della scarsa natalità verificatasi durante la guerra — delle classi giovanissime della popolazione, le quali, come è noto, danno un largo contributo alle morti. Per misurare esattamente l'eccedenza di mortalità nel periodo postbellico, è necessario quindi eseguire i confronti separatamente per le singole categorie di età. Ora una eccedenza di mortalità non può avere, come abbiamo detto sopra, secondo le prevalenti teorie biologiche, che un effetto selettivo più o meno intensamente favorevole. Da questo punto di vista, gli strascichi della guerra non possono esercitare che un'influenza benefica dal punto di vista eugenico.

Benefica riesce pure certamente l'influenza della insolita natalità che costantemente si verifica dopo le guerre. Deriva questa, infatti, dal ritorno alle famiglie dei militari coniugati, i quali riprendono la proliferazione con una intensità eccezionale, derivante e dalla lunga astinenza e dalla circostanza che ben raramente una gestazione in corso impedisce il concepimento e dal desiderio, infine, in molti casi, di completare la figliuolanza rimasta al di sotto dell'aspettativa in seguito alla chiamata alle armi. Poichè i militari — e, tra i militari, particolarmente quelli che si trovavano in zona di guerra e avevano quindi meno frequenti i contatti con la famiglia — rappresentano certamente, dal punto di vista fisico, una classe selezionata, è naturale che la loro partecipazione insolitamente intensa alla proliferazione debba rendere particolarmente robusta la costituzione media dei concepiti nel dopo-guerra.

Analoga influenza deve esercitare l'accresciuto numero dei matrimoni, i quali pure, in buona parte, sono contratti da giovani a cui la chiamata sotto le armi impedì di passare a nozze nell'età normale.

Nè trascurabile, e forse anzi di portata maggiore, delle circostanze sopra accennate, può essere l'influenza favorevole che, sulla costituzione dei figli, ha il riposo forzato, al quale, durante la guerra, furono costretti gli organi riproduttori delle madri.

Gli statistici hanno documentato — fenomeno, d'altra parte, che non era sfuggito all'osservazione degli ostetrici — che un lungo intervallo tra i parti, il quale consenta all'organismo della madre uno adeguato riposo, influisce favorevolmente sulla vitalità dei neonati. Ed anche i caratteri fisici ed intellettuali dei bambini, secondo certe

ricerche — fondate però su un numero di osservazioni troppo piccolo per poterne accogliere i risultati senza riserva —, apparirebbero superiori quando l'intervallo tra la loro nascita e la precedente fu particolarmente lungo (1). È pertanto logicamente da attendersi che i nati da concepimenti postbellici, che seguono di regola i loro fratelli ad un intervallo di tempo molto più lungo del consueto, debbano essere di costituzione superiore al normale. Il solo punto dubbio, e difficilmente solubile allo stato attuale delle cognizioni, è per quanta parte la maggiore vitalità dei nati derivante dal più lungo riposo degli organi riproduttori delle madri si esaurisca nel vantaggio di una generazione (vantaggio in ogni modo che non sarebbe del tutto trascurabile neppure dal punto di vista eugenico) e per quanta parte invece si traduca in un miglioramento permanente della razza.

Queste considerazioni indicano agli statistici un nuovo campo di indagini dirette ad accertare i caratteri differenziali dei nati da concepimenti postbellici in confronto a quelli derivati da concepimenti bellici e prebellici. I dati accuratamente raccolti in tutte le cliniche ostetriche e, per certi aspetti, quelli, meno dettagliati, ma più numerosi, ricavati dalle statistiche demografiche, forniscono una materia prima abbondante e di facile accesso.

Le impressioni che mi furono comunicate da parte di colleghi e di amici fanno sperare che tali indagini possano riuscire feconde di risultati interessanti e i dati che finora ho potuto raccogliere, e che verrò esponendo in successivi paragrafi, confermano tale speranza.

10. — Il Dottor W. WEINBERG di Stuttgart mi scriveva di avere ricevuto l'impressione che i nati da concepimenti postbellici presentassero un peso medio notevolmente superiore al normale. Egli poi mi comunicò gentilmente i dati individuali sul peso dei neonati di sesso noto raccolti nella *Notfrauenklinik* di Stuttgart, dalla sua apertura (dicembre 1914) a tutto il 1920. Elaborando tali dati, io ho ottenuto le medie esposte nella Tavola V, a pag. 113.

In confronto ai nati dal Dicembre 1914-Giugno 1915, provenienti da concepimenti prebellici, i nati dei periodi seguenti, così di sesso maschile come di sesso femminile, mostrano un sensibile aumento di peso. Il massimo, per i maschi e per il complesso dei nati, viene raggiunto nel periodo Luglio 1916-Giugno 1917; per le femmine, nel

(1) Cfr. *Contributi statistici ai problemi dell'Eugenica*, in *Rivista italiana di Sociologia*, maggio-giugno 1912, § III e Tavole XXVIII e XXIX.

TAVOLA V.

*Peso dei nati da parti semplici nella « Notfrauenklinik »
di Stuttgart (1914-1920)*

Periodo di osservazione	Maschi		Femmine		Totale		Media semplice dei pesi dei due sessi $\left(\frac{a+b}{2}\right)$
	Peso medio (a)	Numero dei parti	Peso medio (b)	Numero dei parti	Peso medio	Numero dei parti	
Dicembre 1914-Giugno 1915	3285	59	2767	44	3064	103	3026
Luglio 1915-Giugno 1916 . .	3308	188	3171	131	3252	319	3240
Luglio 1916-Giugno 1917 . .	3376	168	3196	161	3288	329	3286
Luglio 1917-Giugno 1918 . .	3354	203	3206	177	3285	380	3280
Luglio 1918-Settembre 1919	3200	233	3128	225	3165	458	3164
Ottobre 1919-Dicembre 1920	3285	243	3082	187	3197	430	3184

seguito, il quale, in ogni modo, anche per i maschi e per il complesso dei nati, mostra una diminuzione appena sensibile. La diminuzione, invece, si accentua per i nati dal Luglio 1918 al Settembre 1919, concepiti nell'ultimo periodo della guerra e nel primo bimestre di armistizio, che abbiamo creduto di assimilare alle condizioni di guerra. Nell'ultimo periodo infine (Ottobre 1919 - Dicembre 1920) il peso medio presenta, per i maschi e per il complesso dei nati, un lieve rialzo, che verrebbe in qualche modo a confermare l'impressione del WEINBERG.

Dati fornitimi dalle Cliniche ostetriche-ginecologiche di Bologna e di Padova (1) mostrano un andamento in parte analogo (cfr. Tavole VI e VII, pag. 114). Da essi risulta invero che il peso medio dei nati derivanti dai concepimenti avvenuti nei primi tempi della guerra risulta superiore a quello degli anni immediatamente precedenti e mostra una tendenza a crescere: il massimo viene raggiunto a Bologna dai nati nel 1917, a Padova dai nati nel 1818.

(1) I dati di Bologna mi vennero gentilmente comunicati dal Professore P. SFAMENI, direttore della clinica. Essi furono spogliati, in conformità alle sue istruzioni, dal Dott. A. GUARESCHI. Quelli di Padova mi vennero gentilmente comunicati dal Dott. A. PONZIAN. Essi furono spogliati dai Dottori PONZIAN, BENINI, PASINI e CLAUSER, in conformità alle istruzioni date loro dal Prof. G. TRUZZI, direttore della clinica. Le elaborazioni furono eseguite in parte dal Dott. M. BOLDRINI, in parte da me.

TAVOLA VI.

Peso dei nati da parti semplici a termine nella Clinica Ostetrico-Ginecologica della R. Università di Bologna (1913-1920).

Periodo di osservazione	Maschi		Femmine		Totale		Media semplice dei pesi dei due sessi $\left(\frac{a+b}{2}\right)$
	Peso medio (a)	Numero delle osservazioni	Peso medio (b)	Numero delle osservazioni	Peso medio	Numero delle osservazioni	
Anno 1913	3389	415	3239	354	3320	769	3314
Anno 1914	3347	403	3201	380	3276	783	3274
Anno 1915	3365	372	3293	380	3329	752	3329
Gennaio-Febbraio 1916 . .	3410	71	3295	57	3359	128	3352
Marzo-Dicembre 1916 . . .	3402	242	3315	229	3360	471	3358
Anno 1917	3462	253	3342	226	3405	479	3402
Anno 1918	3352	256	3307	230	3331	486	3329
Gennaio-Agosto 1919 . . .	3340	124	3267	99	3307	223	3303
Settembre-Dicembre 1919 .	3290	88	3214	68	3257	156	3252
Anno 1920	3336	264	3256	246	3297	510	3296

TAVOLA VII.

Peso dei nati da parti semplici a termine nella Clinica Ostetrico-Ginecologica della R. Università di Padova (1914-1920).

Periodo di osservazione	Peso medio dei nati	Numero delle osservazioni
Anno 1914	3338	415
Anno 1915	3202	583
Gennaio-Febbraio 1916 . .	3286	79
Marzo-Dicembre 1916 . . .	3305	410
Anno 1917	3321	303
Anno 1918	3353	295
Gennaio-Agosto 1919 . . .	3339	241
Settembre-Dicembre 1919 .	3183	208
Gennaio-Agosto 1920 . . .	3327	244
Settembre-Dicembre 1920 .	3339	123

Il peso medio discende poi per i concepiti nel successivo periodo di guerra e nel primo periodo (4 mesi) che tien dietro all'armistizio, per aumentare di nuovo da ultimo.

In Italia, i primi mesi dopo l'armistizio hanno in comune col periodo di guerra la circostanza che la gran parte dei militari era ancora sotto le armi, mentre in Germania la smobilitazione avvenne spontaneamente subito dopo l'armistizio. Per questo non parve necessario per Stuttgart distinguere in varî periodi i concepiti nel dopo-guerra.

Si ha dunque l'impressione che, in tutte e tre le città, la smobilitazione sia stata accompagnata da un aumento del peso medio dei neonati delle cliniche. Qualora il fenomeno non possa essere attribuito ad una diversa selezione delle donne ricoverate nelle cliniche in successivi periodi, esso potrebbe bene essere messo in relazione con la maggiore statura e la maggiore robustezza dei padri. Ma un altro fattore evidentemente deve essere intervenuto prima, durante la guerra, a innalzare il peso medio dei neonati così da portarlo, non ostante la minore statura e robustezza dei riproduttori, a un livello più alto che nell'anteguerra. La sua influenza sembra poi essere cessata negli ultimi tempi della guerra o essere stata soverchiata da quella di altri fattori agenti in senso opposto. Il primo fattore può essere ricercato nel maggiore intervallo tra i parti o nell'ordine di nascita più elevato, circostanze, l'una e l'altra, che si accompagnano, come è noto, con un peso elevato dei nati; i fattori contrari nel più largo impiego di donne nelle industrie di guerra o nelle più difficili condizioni dell'alimentazione. Può darsi che, dalla cessazione di questi fattori deprimenti, oltre che dalle dimensioni e dalla robustezza dei padri, sia dipeso il rialzo dei concepiti nel dopo-guerra.

I dati per Roma (1) concordano in sostanza coi precedenti e in particolare con quelli per Padova, in quanto mostrano, durante la guerra, il massimo nel 1917. Questo massimo è però poco accentuato, mentre particolarmente forte è il rialzo del peso medio che si verifica nel 1919. La mancata distinzione del 1916 e del 1919 in due periodi, analogamente a quanto è stato fatto per Bologna e Padova, impedisce di procedere a riscontri più dettagliati. D'altra

(1) I dati della Clinica di Roma mi furono gentilmente comunicati dal Sig. E. TREPICCONI, che ne eseguì lo spoglio sotto la direzione del Dott. RAGUSA, in conformità alle istruzioni del Prof. E. PESTALOZZA, direttore della Clinica. Le elaborazioni vennero gentilmente eseguite dal dott. M. BOLDRINI.

parte è da avvertirsi che dai dati di Roma restano esclusi, non solo, come da quelli di Bologna e Padova, i nati prematuri e gli

TAVOLA VIII.

Peso dei nati a termine nella Clinica Ostetrico-Ginecologica della R. Università di Roma (1913-1919).

Periodo di osservazione	Maschi		Femmine		Totale		Media semplice dei pesi dei due sessi $\left(\frac{a+b}{2}\right)$
	Peso medio (a)	Numero delle osservazioni	Peso medio (b)	Numero delle osservazioni	Peso medio	Numero delle osservazioni	
Anno 1913.	3245	439	3152	446	3198	885	3198
Anno 1914.	3230	527	3146	494	3175	1021	3173
Anno 1915.	3238	624	3111	593	3176	1217	3174
Anno 1916.	3242	617	3119	593	3182	1210	3181
Anno 1917.	3231	547	3183	537	3207	1084	3207
Anno 1918.	3213	542	3115	490	3166	1032	3164
Anno 1919.	3285	539	3153	523	3220	1062	3219

TAVOLA IX.

Frequenza dei parti semplici con feti macrosomi nella Clinica Ostetrico-Ginecologica della R. Università di Roma.

Anni	Parti semplici con feti non macrosomi		Parti semplici con feti macrosomi		$\frac{100 (c + d)}{a + b}$
	a termine (a)	tardivi (b)	a termine (c)	tardivi (d)	
1913-1915	3123	64	161	24	5.8
1916	1210	8	79	3	6.9
1917	1084	2	113	2	10.6
1918	1032	5	53	2	5.3
1919	1062	12	74	7	7.6

aborti, ma anche tutti i nati morti, anche se a termine, i parti tardivi e i parti macrosomi, anche se a termine. L'esame della frequenza dei parti macrosomi (Tavola IX) fa pensare che, se essi fossero stati inclusi, le variazioni sarebbero risultate più accentuate.

I dati che ho esposto meritano certamente di venire completati con altri relativi ad altre cliniche e possibilmente anche con ricerche dirette ad accertare se le ricoverate nei tempi di pace differiscono sistematicamente da quelle dei periodi della guerra e del dopo-guerra per caratteri che possono essere connessi col peso dei neonati. Fino a prova contraria, essi possono interpretarsi come una conferma della previsione che, durante la guerra e il dopo-guerra, insieme con fattori contrari, entrano in azione anche fattori favorevoli alla qualità della prole.

11. — Altra circostanza, che, in quanto adducesse a una più rigorosa selezione dei nati, potrebbe avere un effetto favorevole sui caratteri della prole generata durante la guerra e il dopo-guerra, è la più forte falcidia che, sui concepiti, prelevano gli aborti e i parti prematuri.

I dati, esposti nella Tavola X, relativi alla frequenza dei parti abortivi e prematuri nelle Cliniche ostetrico-ginecologiche di Ro-

TAVOLA X.

Frequenza dei parti abortivi e prematuri nelle Cliniche Ostetrico-Ginecologiche di Bologna, Padova e Roma (1913-1920).

Periodo di osservazione	Bologna			Padova			Roma						
	Totale dei parti	Parti abor- tivi e pre- maturi	100 <i>b</i>	Totale dei parti sem- plici	Parti semplici abortivi e pre- maturi	100 <i>d</i>	Totale dei parti	Parti abor- tivi	Parti pre- maturi	Parti abor- tivi e pre- maturi	100 <i>f</i>	100 <i>g</i>	100 (<i>f+g</i>)
	(<i>a</i>)	(<i>b</i>)	(<i>a</i>)	(<i>c</i>)	(<i>d</i>)	(<i>c</i>)	(<i>e</i>)	(<i>f</i>)	(<i>g</i>)	(<i>f+g</i>)	(<i>e</i>)	(<i>e</i>)	(<i>e</i>)
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1913	999	221	22	—	—	—	1309	229	113	342	17	9	26
1914	944	131	14	665	250	38	1541	198	181	379	13	12	25
1915	1043	222	21	894	311	35	1532	134	116	250	9	8	16
enn.-febb. 1916	138	34	25	152	72	47	1480	97	138	235	7	9	16
Marzo-dic. 1916	685	165	24	705	295	42							
1917	760	221	29	776	473	61	1449	92	100	192	6	7	13
1918	607	187	30	573	278	49	1654	355	156	511	22	9	31
enn.-agosto 1919	417	182	44	487	246	50	1749	412	178	590	24	10	34
Sett. - dic. 1919	313	127	41	393	185	47							
1920	940	317	34	855	488	57	—	—	—	—	—	—	—

logna, Padova e Roma concordano nel mostrare, per il 1918, il 1919 e il 1920, una percentuale di aborti e nati-morti molto superiore a quella che si verificava prima della guerra. Durante gli anni 1916 e 1917 la percentuale risulta, non più alta che nel periodo prebellico, ma anzi, nell'insieme, più bassa in Roma (cfr. col. 4) e soprattutto in Padova (cfr. col. 7), dove, d'altra parte, nel 1917 si è fatta sentire, secondo ogni verosimiglianza, l'influenza speciale dell'invasione di alcune provincie del Veneto da parte delle truppe nemiche e del conseguente sgombero dei territori prossimi alla nuova linea di fuoco.

Nel complesso, questi dati, mostrano un indubbio aumento della percentuale degli aborti e parti prematuri in dipendenza della guerra. Ma non si può asserire che ne sia derivata un'influenza selettiva nella nuova generazione, se non se ne sono prima chiarite le cause. Un'influenza selettiva sarebbe da ritenersi come probabile se l'aumento fosse dovuto al regime di sforzi e di privazioni imposto alle gestanti; è da ritenersi, infatti, che, in tal caso, sarebbero stati gli organismi più deboli a soffrirne in grado maggiore. Noi dovremmo però vedere, in tale ipotesi, la percentuale dei parti prematuri, aumentare altrettanto, se non più, di quella degli abortivi; i dati per Roma mostrano invece che la frequenza dei parti prematuri non ha variato, durante la guerra e il dopoguerra, con una tendenza ben chiara (cfr. col. 13), mentre l'aumento degli aborti nel 1918 e nel 1919 fu evidente e fortissimo (cfr. col. 12). Pare dunque più verosimile ammettere che l'aumento della frequenza dei parti abortivi e prematuri sia dovuta ad altre cause, quali, nei primi tempi dopo l'armistizio, il desiderio di talune spose adultere di disfarsi del testimonio della loro colpa prima del ritorno del marito, e, allora e in seguito, la cresciuta diffusione delle malattie veneree e la rilassatezza del costume che la guerra ha lasciato dietro a sé. Non si può neppure escludere, secondo taluni medici, una certa influenza dei più frequenti e vigorosi amplessi, seguiti, dopo la lunga continenza, nelle famiglie degli ex-militari. Dipenda dall'una o dall'altra di queste cause o da tutte insieme, l'aumento della percentuale degli aborti e dei parti prematuri difficilmente potrebbe avere un effetto selettivo favorevole alla nuova generazione.

Converrebbe, d'altro lato, esaminare se le differenze riscontrate non potessero dipendere, in parte, da una diversa frequenza del ricorso alle cliniche, o da una diversa composizione delle gravide entrate.

Anche in questo campo dunque resta il desiderio di indagini più estese ed approfondite.

12. — Fenomeno che pure meriterebbe di attrarre l'attenzione degli statistici è quello dell'alta frequenza dei parti plurimi durante la guerra e nel dopo-guerra in confronto al precedente periodo di pace. Esso non ha di per sè una portata dal punto di vista eugenico, ma può avere importanza come indice di una maggiore potenzialità riproduttiva dell'organismo femminile, forse connessa coi più rari contatti matrimoniali durante il periodo bellico e col maggior intervallo che ne segue tra i parti di questo periodo e del seguente.

Il Prof. TRUZZI, direttore della Clinica ostetrico-ginecologica della R. Università di Padova, mi comunicava appunto di avere notato, nei parti da concepimenti postbellici, una frequenza insolitamente elevata di gravidanze plurime. E analoga impressione mi veniva manifestata, del tutto indipendentemente, da amici, che vivono a contatto colle nostre popolazioni campagnole.

I dati della Clinica di Padova giustificano largamente l'impressione del Prof. TRUZZI, in quanto mostrano, tra i concepimenti postbellici, una percentuale di parti plurimi più che doppia di quella osservata nel periodo di guerra e notevolmente superiore a quella riscontrata negli ultimi anni di pace; ma nulla di simile si riscontra per le ricoverate nella Clinica di Bologna, che danno, per i varî periodi, una frequenza di parti plurimi presso che identica, mentre nella Clinica di Roma la frequenza dei parti plurimi risulterebbe in aumento continuo (cfr. Tavola XI).

TABELLA XI.

Frequenza dei parti plurimi nelle Cliniche Ostetrico-Ginecologiche di Padova, Bologna e Roma (1912-1920).

Periodo di osservazione	Padova			Bologna			Roma		
	Totale dei parti	Parti plurimi	10.000 <i>b</i>	Totale dei parti	Parti plurimi	10.000 <i>d</i>	Totale dei parti	Parti plurimi	10.000 <i>e</i>
	(a)	(b)	a	(c)	(d)	c	(e)	(f)	f
Per. prebellico (1)	3161	76	240	3124	51	163	4382	64	146
1° per. bellico (2)	1496	15	100	1445	23	159	2929	44	150
2° per. bellico (3)	1080	20	185	1024	16	156	1654	24	165
Per. postbellico (4)	1287	39	303	1253	20	160	1749	30	171

(1) Per Padova, dal 1912 al Febbraio 1916 incluso; per Bologna, dal 1913 al Febbraio 1916 incluso; per Roma, dal 1913 a tutto il 1915.

(2) Per Padova e Bologna dal Marzo 1916 a tutto il 1917; per Roma, anni 1916 e 1917.

(3) Per Padova e Bologna, anno 1918 e mesi Gennaio-Agosto 1919; per Roma, anno 1918.

(4) Per Padova e Bologna, mesi Settembre-Dicembre 1919 e anno 1920; per Roma, anno 1919.

Il numero delle osservazioni, però, è, in tutte le rilevazioni, troppo piccolo per poter giustificare qualunque conclusione.

Per risolvere la questione, un'indagine venne intrapresa dal Dott. LANFRANCO MAROI e raccolse dati per 37 delle nostre principali città. Sono queste: Venezia, Padova, Verona, Vicenza, Belluno, Brescia, Bergamo, Mantova, Milano, Cremona, Pavia, Alessandria, Torino, Genova, Piacenza, Modena, Reggio Emilia, Parma, Ravenna, Forlì, Ferrara, Lucca, Firenze, Pisa, Livorno, Siena, Ancona, Roma, Chieti, Napoli, Salerno, Bari, Potenza, Catanzaro, Catania, Girgenti e Trapani. I dati vennero raccolti per mezzo di una circolare diretta agli Uffici municipali di Statistica. La tavola seguente contiene i risultati ultimi delle elaborazioni eseguite dal Dott. MAROI.

Le nascite del 1915, che provengono ancora dei concepimenti antebellici, non mostrano una sensibile differenza, rispetto alla per-

TAVOLA XII.

*Percentuale dei nati da parti plurimi sul totale dei nati (vivi e morti)
in 37 città italiane (1910-1920).*

Periodo di osservazione	Numero complessivo dei nati (a)	Numero dei nati da parti plurimi (b)	$\frac{100 b}{a}$
Anni 1910-1914 ⁽²⁾	430,864 ⁽¹⁾	2709	2.1
Anno 1915	126,455	2462	1.9
» 1916	105,766	2247	2.1
» 1917	96,856	1934	2.0
» 1918	87,580	2105	2.4
» 1919 ⁽³⁾	94,823	2581	2.7
1° semestre 1919 ⁽⁴⁾	31,482	769	2.4
2° semestre 1919 ⁽⁴⁾	43,472	1328	3.1
1° semestre 1920 ⁽⁴⁾	58,823	1392	2.4

(1) Media annuale.

(2) Per Alessandria, Milano, Parma, Siena e Catania, la media annuale si riferisce al biennio 1913-1914; per Reggio Emilia e Ancona, al triennio 1912-1914; per Roma, al solo anno 1914.

(3) Per il 1919, mancano i dati per Siena.

(4) Mancano i dati per Napoli, Ravenna, Reggio Emilia, Parma, Alessandria e Siena per il 1° semestre del 1920; queste città vennero escluse quindi, per ragioni di comparabilità, anche dai dati per il 1° e 2° semestre del 1919.

centuale dei nati da parti multipli, in confronto alle nascite del quinquennio precedente; e anche quelle del 1916, già provenienti in gran parte da concepimenti posteriori alla dichiarazione di guerra, e identicamente quelle del 1917 presentano percentuali del tutto normati. Ma nel 1918, e più nel 1919, la percentuale raggiunge un livello decisamente superiore, e questo si mantiene, nel primo semestre del 1920 pari a quello toccato nel corrispondente semestre dell'anno precedente. Il massimo parrebbe essersi verificato nelle nascite del 2° semestre 1919.

TAVOLA XIII.

*Percentuale dei nati da parti doppi sul totale dei nati (vivi e morti)
in Francia (1901-1918).*

Anni	Su 10.000 nascite provengono da parti doppi	Anni	Su 10.000 nascite provengono da parti doppi
1901-1905	212	1912	225
1906	205	1913	226
1907	222	1914	238 ⁽¹⁾
1908	224	1915	228 ⁽¹⁾
1909	228	1916	260 ⁽¹⁾
1910	227	1917	258 ⁽¹⁾
1911	227	1918	262 ⁽¹⁾

⁽¹⁾ Dati relativi ai 77 dipartimenti non invasi.

Dati per la Francia, gentilmente comunicatimi dall' Ing. MARCH e dal Dott. HUBER, direttore della statistica generale, mostrano un andamento analogo.

Il primo anno di guerra (1914) e anche il 1915, le cui nascite provengono in buona parte da concepimenti posteriori all'apertura delle ostilità, mostrano percentuali non sostanzialmente disuguali da quelle degli ultimi anni di pace. Ma negli anni seguenti (1916, 1917 e 1918) le percentuali sono a un livello sensibilmente più alto. Nè si può dire che negli ultimi anni si sia accentuata una tendenza all'aumento, che già si verificava in precedenza. Dal 1907 al 1913 infatti le percentuali sono stazionarie e il livello più basso a cui esse si mantenevano prima del 1907 è da attri-

buire verosimilmente a lacune che si verificavano prima dell' introduzione (attuata appunto col 1907) dei bollettini individuali.

I dati di cui disponiamo, mentre invogliano a più estese, ed esaurienti, ricerche, confermano dunque che i concepimenti avvenuti in gran parte del periodo di guerra e nel dopo-guerra danno luogo a gravidanze multiple più spesso di quanto avveniva nel precedente periodo di pace.

13. — Concludendo la rapida disamina delle conseguenze che la guerra direttamente o indirettamente adduce dal punto di vista eugenico possiamo dire che la revisione delle teorie correnti in base ai nuovi dati messi in luce dalla recente esperienza, si è appena iniziata; ma i risultati già raggiunti si addimostrano di grande interesse, in quanto vengono per lo meno a infirmare le conclusioni pessimiste che erano comunemente accettate per sicure.

La coscrizione militare, almeno in Italia, non sembra invero esercitare alcuna influenza sfavorevole, e forse esercita invece una influenza piuttosto favorevole, sulla prolificità di coloro che vi sono soggetti.

I nati durante la guerra non sembrano di costituzione inferiore e i nati da concepimenti postbellici sono probabilmente di costituzione superiore alla normale.

Da una ricerca finora eseguita sui maestri elementari, non parrebbe che i morti per causa di guerra avessero un valore sociale superiore a quello dei sopravvissuti.

La eccedenza di mortalità, infine, che si verifica nella popolazione borghese durante e dopo la guerra, non può avere, secondo le correnti teorie biologiche, che un effetto selettivo favorevole.

Questi risultati devono riguardarsi come provvisori; da altre ricerche, in parte già intraprese, essi attendono conferma o correzione. Ma essi cominciano a gettare qualche luce sulle complesse influenze che la guerra esercita sulla razza, mostrano come la risultante non debba essere così dannosa come per molto tempo si è creduto e rendono ragione del fatto che l'estensione del servizio militare e le guerre rinnovatesi durante secoli con tanta frequenza non hanno impedito il progresso, per statura e per vitalità, della razza umana.

RIDOLFO LIVI

Sull'accrescimento della statura oltre i venti anni (1)

Quando i giovani ventenni, si presentano alle prime visite mediche, per l'arruolamento, la statura definitiva è tutt'altro che raggiunta; e, quel che è peggio, non si sa precisamente quando lo sarà, nè se lo sarà alla stessa età per tutte le razze e per tutti i climi. Ond'è che lo studio dell'accrescimento della statura oltre l'età della coscrizione è un complemento necessario di tutti quei lavori che trattano della statura dei giovani arruolati.

(1) [Tra i manoscritti del defunto mio Padre mi cadde sott'occhio l'abbozzo di un suo studio giovanile, rimasto inedito, sullo sviluppo della statura, del peso e del perimetro toracico oltre i 20 anni. Mi è parso che questo manoscritto, corredato di tutte le documentazioni statistiche raccolte, conservasse ancora, in qualche sua parte, una certa importanza, e ne ho tratto il presente articolo per il *Metron*.

L'accrescimento dell'organismo umano era anche studiato a seconda della condizione sociale, della robustezza e del luogo di nascita dei militari. L'indagine fu eseguita nel 1881 e nel 1882 e ben dimostra come in quella mente giovanile si fosse già delineato nei tratti più importanti il quadro generale su cui venne impiantata l'elaborazione della grande inchiesta antropometrica sui militari delle classi del 1859-63.

Il lavoro rimase inedito probabilmente perchè lo stesso autore giudicò il numero delle osservazioni raccolte (qualche migliaio) insufficiente per uno studio così dettagliato sullo sviluppo dell'organismo umano, e quando, qualche anno dopo, gli venne affidato per l'elaborazione il copioso materiale della inchiesta antropometrica sull'esercito, egli comprese che quelle poche migliaia di osservazioni, di fronte ai risultati conseguiti sopra un materiale tanto più vasto, non conservavano che uno scarso valore; così quel suo primo tentativo giovanile non comparve mai al pubblico degli studiosi.

Mi pare tuttavia che l'interesse di una parte di questi dati non sia del tutto assorbito dai risultati dell'*Antropometria militare*. Vi sono infatti delle cifre che descrivono lo sviluppo della statura entro limiti di tempo non considerati nell'*Antropometria militare*. Sono queste le rimisurazioni dei militari richiamati sotto le armi al 26°, al 29° ed al 30° anno d'età, confrontate con le misurazioni operate sugli stessi individui al 20° anno.

L'importanza di queste cifre deriva dalla difficoltà di ottenere delle rilevazioni sulla statura compiute sugli stessi individui e ad intervalli di

A questo scopo ho raccolto un certo numero di misurazioni e di rimisurazioni. Ho desunto le prime dai fogli matricolari di giovani arruolati, ed ho praticato le seconde sopra questi stessi militari richiamati dal congedo illimitato.

Senonchè mi accorsi ben presto che un'esatta determinazione della statura definitiva non era possibile se non con un numero di osservazioni molto maggiore di quello che un sol uomo può essere capace di raccogliere. Ad ogni modo pensai che anche con risultati approssimativi il lavoro potrebbe essere utile a qualche cosa.

Vero è che il numero dei lavori sullo sviluppo del corpo umano è grandissimo, tantochè riescirebbe eccessivamente lunga anche la loro semplice enumerazione, ma la massima parte di questi studia l'accrescimento nei primi venti anni di vita; quasi tutti inoltre diffettano per il numero delle osservazioni e per il metodo seguito. In quanto al metodo questa mia indagine si differenzia dalle altre principalmente perchè ho messo a raffronto la statura ad una data età con quella ad un'altra età, sempre sullo stesso gruppo d'individui, mentre la maggior parte degli autori confronta la statura di un gruppo di individui di una data età, con quella di un gruppo di età differente. Questo secondo metodo, assai meno esatto, può portare a conclusioni erronee se non è basato su un numero grandissimo di osservazioni.

Inoltre allo scopo di rendere paragonabile la quota di accrescimento sopra gruppi di diversa statura, ho calcolato, oltre all'accrescimento assoluto, anche quello relativo, ponendo cioè il primo in rapporto alla statura stessa.

Prima di presentare i risultati ottenuti da questa indagine, accennerò ad una causa di errore che perturba le rilevazioni di questo genere e che ho avuto cura di tener lontana nella raccolta delle mie osservazioni.

Questa causa di errore è la *prevenzione* del misuratore. Per dimostrare in che consista, mi valgo di un esempio pratico.

Si sa bene che le singole rilevazioni della statura difficilmente

tempo così distanti tra loro. Le osservazioni sono invero piuttosto scarse, ma potranno concorrere con altre cifre del genere a completare le nostre cognizioni sulla crescita dell'organismo. Nell'offrirle al *Metron*, non credo quindi di aver compiuto una indiscrezione verso la memoria del defunto Padre mio e ritengo di aver fatto cosa utile per gli studiosi di antropometria.

I dati sono illustrati da qualche commento che ho ricavato dallo stesso manoscritto originale. Le poche osservazioni che vi ho aggiunto, sono poste tra parentesi quadre].

LIVIO LIVI.

si possono considerare come esatte, sia per la inevitabile mancanza di precisione nella misurazione, sia perchè la statura varia nello stesso individuo a seconda della stagione e delle ore del giorno. Ne consegue che una sola misurazione, specialmente se presa alla svelta, come si è sempre costretti di fare quando si devono misurare centinaia di individui, non è che approssimativa. Ora, poniamo che un individuo di 20 anni, la cui statura sia di m. 1,63, sia stato qualificato, per una causa d'errore qualunque, come alto 1,65. Quando questo individuo tornerà l'anno successivo a farsi misurare, se lo si troverà alto 1,65 o 1,66, si penserà che la sua statura è rimasta stazionaria o cresciuta di un centimetro e, non trovandosi alcuna contraddizione tra la nuova misurazione e quella dell'anno precedente, si registrerà senz'altro la nuova cifra rilevata.

Se invece la statura trovata fosse per esempio di m. 1,64, il medico, o chi misura per esso, non potrà fare a meno di notare la diminuzione di un centimetro in confronto alla statura rilevata l'anno prima e, con tutta probabilità, prima di registrare questa cifra, che pur essendo esatta è in contrasto con quella precedente, tornerà a misurare l'individuo finchè non sarà riuscito, dopo varii tentativi, a fargli raggiungere almeno la statura di m. 1,65.

Nel caso inverso, che cioè un militare alto in realtà m. 1,65 sia registrato nella prima misurazione con una statura di m. 1,63, quand'anche la seconda misurazione desse la cifra di m. 1,64 (cifra pur essa errata in difetto), quest'ultimo risultato sarà ritenuto esatto, ed iscritto con tutta fiducia.

Così dunque si verifica l'influenza perturbatrice della prevenzione, la quale, come ben fu detto, è spesso assai più dannosa dell'ignoranza stessa. In questo caso essa agirebbe nel rendere lievemente superiore al vero il risultato medio delle seconde misurazioni.

Come ho detto, le cifre che ho raccolto non sono perturbate da questa particolare causa di errore, ma ho voluto egualmente ricordarla per mettere in guardia coloro che volessero raccogliere simili misurazioni a scopo scientifico. Il miglior mezzo per sottrarsi a questa influenza perturbatrice consiste nel registrare la cifra delle rimisurazioni prima di aver veduto quella della prima misurazione.

Così ho fatto io nella raccolta delle osservazioni che formano l'oggetto di questa indagine. Misurai anzitutto la statura dei militari richiamati dal congedo e poi ricercai sui fogli matricolari la statura che avevano all'età di 20 anni, al tempo della loro presentazione al Consiglio di Leva.

Spesse volte mi è avvenuto di incontrare diminuzioni piuttosto

forti invece di aumenti, altre volte aumenti assai fuori dell'ordinario. Ho registrato tutto coraggiosamente senza eseguire alcuna correzione nei dati originari, nella fondata supposizione che, nei risultati medi, dovesse aversi una compensazione degli errori positivi o negativi delle singole rilevazioni.

Della tendenza ad arrotondare le cifre ho già diffusamente trattato in altro mio scritto (1) e non è il caso di attribuirvi qui grande importanza, vuoi perchè questa causa di errore non perturba sensibilmente i risultati medi, vuoi perchè nelle rimisurazioni dei richiamati da me eseguite, le stature singole furono determinate con la più scrupolosa esattezza.

Ecco il numero delle osservazioni raccolte:

Accrescimento	N.° delle osservazioni
da anni 20, $\frac{4}{12}$ a 26, $\frac{4}{12}$	157 (1)
» » 20, $\frac{4}{12}$ a 29, $\frac{2}{12}$	201 (2)
» » 20, $\frac{4}{12}$ a 30, $\frac{2}{12}$	210 (2)
Totale . .	568

(1) 40 bersaglieri e 117 militari di fanteria.

(2) Militari del 41° battaglione fanteria di milizia mobile.

Come si vede, per maggiore esattezza, ho tenuto conto dell'età media di ciascun gruppo di osservati alle diverse misurazioni, esprimendola in anni e mesi compiuti.

La prima misurazione di questi tre gruppi di militari, appartenenti rispettivamente alle classi del 1856, del 1852 e del 1851, fu eseguita presso i Consigli di Leva tra l'ottobre ed il dicembre dell'anno in cui compirono il ventesimo anno di età; per prendere un termine medio, si possono considerare come misurati tutti nel novembre, cioè quando avevano all'incirca un'età media di 20 anni e 4 mesi compiuti. Gli uomini del primo gruppo (classe 1856) furono poi rimisurati nell'agosto del 1882, quando avevano

(1) *Sulla statura degli Italiani*, in « Archivio per l'Antropologia e l'Etnologia », Vol. III. [Vedi anche « Antropometria militare », Parte I^a, Roma, 1896, pag. 28 e seg. - « Antropometria », Milano, U. Hoepli, 1900, pag. 72 e seg. - *Antropologia nei suoi rapporti con la medicina sociale*, Milano, Vallardi, 1910, pag. 30 e seg.].

perciò un'età media di 26 anni ed 1 mese; quelli degli altri due gruppi (classi 1852 e 1851) furono rimisurati nel settembre del 1881; cioè quando avevano rispettivamente l'età media di 29 anni e 2 mesi e di 30 anni e 2 mesi.

Questa più esatta determinazione dell'età potrà permettere una maggiore precisione nel confronti che si vorranno fare con cifre analoghe.

Ecco senz'altro la distribuzione dei tre gruppi considerati secondo la statura riscontrata al tempo della prima e della seconda misurazione (1).

(1) [Il numero delle osservazioni raccolte dall'autore era in realtà di 4063 delle quali 3495 si riferivano a gruppi diversi di militari, misurati a 20, 21, 22 e 23 anni ed i cui risultati non ho creduto opportuno riportare qui per le ragioni dette sopra. A queste osservazioni furono poi aggiunte quelle compiute su 112 militari che al tempo della prima misurazione avevano meno di 20 anni. Questi militari erano gli allievi del 3° battaglione di istruzione in Verona, nati nel 1864, 1863 e 1862, arruolati e misurati nei primi tre mesi del 1882 e rimisurati nel marzo dell'anno successivo. Ecco i risultati di queste osservazioni:]

Classe	N. delle osserv.	Alla 1 ^a misurazione		Alla 2 ^a misurazione		Incremento	
		età in anni e mesi	statura mm.	età in anni e mesi	statura mm.	assoluto mm.	relativo ‰
1864	67	17,7	1657,0	18,8	1667,9	10,9	6,6
1863	29	18,7	1652,2	19,8	1661,6	9,3	5,6
1862	16	19,7	1656,9	20,8	1665,0	8,1	4,9

Distribuzione dei militari secondo la statura.

Statura mm.	Classe 1856		Classe 1852		Classe 1851	
	a 20 anni e mesi 4	a 26 anni e mesi 1	a 20 anni e mesi 4	a 29 anni e mesi 2	a 20 anni e mesi 4	a 30 anni e mesi 2
1560-65	2	3	15	5	11	3
1570-75	5	3	16	13	8	10
1580-85	17	12	9	12	13	9
1590-95	7	11	19	8	8	9
1600-05	10	7	13	16	13	11
1610-15	5	8	12	8	15	11
1620-25	13	7	15	26	19	16
1630-35	14	13	17	13	22	21
1640-45	19	13	13	14	14	23
1650-55	19	21	10	14	19	18
1660-65	13	19	5	10	13	13
1670-75	7	7	11	9	11	14
1680-85	7	8	9	10	12	9
1690-95	9	9	6	4	4	8
1700-05	3	4	5	10	4	5
1710-15	1	6	5	7	6	6
1720-25	4	1	3	1	2	3
1730-35	—	3	4	4	2	4
1740-45	1	1	1	1	2	1
1750-55	1	—	6	3	—	3
1760-65	—	1	2	4	2	2
1770-75	—	—	2	3	—	2
1780-85	—	—	2	2	5	2
1790-95	—	—	1	1	2	—
1800-05	—	—	—	2	1	4
1810-15	—	—	—	1	—	1
1820-25	—	—	—	—	1	—
1830-35	—	—	—	—	1	2
Totale	157	157	201	201	210	210
Somma delle stature mm.	256.895	258.185	328.630	331.010	344.655	346.910

I risultati medi sono i seguenti:

Statura.

Classe	a 20 anni e mesi 4 mm.	a 26 anni e mesi 1 mm.	a 29 anni e mesi 2 mm.	a 30 anni e mesi 2 mm.
1856	1636,3	1644,5	—	—
1852	1635,0	—	1646,8	—
1851	1641,2	—	—	1652,0

Accrescimento.

Età (anni e mesi)	Assoluto mm.	Relativo ‰
da 20,4 a 26,1	8,2	5,0
da 20,4 a 29,2	11,8	7,2
da 20,4 a 30,2	10,8	6,6

Da questi risultati appare che l'incremento della statura, nel gruppo dei militari rimisurati a 30 anni, fu minore di quello dei militari rimisurati a 29. Questa disformità nei risultati, può darsi che dipenda da qualche causa di errore; ma non mi meraviglierei se un maggior numero di osservazioni, prese su individui appartenenti a classi disagiate, dovesse confermare tali risultati.

Ed invero, mentre accudivo a queste misurazioni, nel vedere quelle barbe lunghe e grigie, quelle faccie già grinzose e sparute, su cui si leggevano troppo chiaramente gli effetti della cattiva alimentazione e delle fatiche d'ogni genere, io rimasi già persuaso che il periodo di evoluzione doveva, per quei giovani ventinovenni o trentenni, essere già cessato, e pensavo anche che, per effetto dell'incurvamento della colonna vertebrale e per l'iniziata involuzione delle cartilagini intervertebrali, la statura avesse cominciato a decrescere. Non sarei quindi alieno dallo spiegare la differenza tra l'accrescimento della classe 1851 e quella della classe 1852 anche col fatto che la prima si trovasse più inoltrata della seconda nel periodo involutivo.

[Poichè è da ritenersi che all'età di 29 o di 30 anni lo sviluppo della statura sia ormai cessato, sulla base di queste risultanze si può affermare che la statura definitiva sia più elevata di quella riscontrata a 20 anni, di circa il 7‰, cioè di undici o dodici millimetri.

L'accrescimento riscontrato nel primo gruppo di militari, che furono misurati la seconda volta a 26 anni ed 1 mese, è sensibilmente inferiore a quello riscontrato negli altri due gruppi. Ciò sembra confermare l'ipotesi, già posta da altri autori, che la statura possa subire tra il 26° ed il 30° anno un ulteriore lieve incremento. Ma per avere una conferma meno incerta sarebbe stato necessario che i militari misurati a 26 anni fossero quelli stessi, misurati a 29 od a 30. Il motivo principale che impedisce affermazioni sicure su confronti di gruppi diversi è che « ogni gruppo d'età è, rispetto a quello che immediatamente lo precede, più selezionato, perchè depurato dagli elementi deboli o malaticci che vengono via via eliminati dalla mortalità. E siccome la maggior statura coincide quasi sempre con una maggiore robustezza e certamente poi con maggior agiatezza, ne avviene che nella lotta per la vita sopravvivono sempre con maggiore facilità gli individui di più alta statura. Quindi anche se non vi fosse più alcun incremento effettivo, una serie di uomini dell'età di 30 anni deve dare, a parità di ogni altra condizione, una statura alquanto più alta di una serie di uomini di 20 e 25 anni » (1).

L'incremento di mm. 11,8 (2° gruppo) e di mm. 10,8 (3° gruppo) decorre dall'età di 20 anni e 4 mesi. Chi volesse confrontare o riunire queste cifre con quelle tratte da altre osservazioni la cui prima misurazione fosse eseguita a 20 anni precisi, non potrebbe trascurare questa pur lieve differenza di tempo, sia perchè l'incremento dal 20° al 21° anno di età è ancora forte, sia perchè le prime misurazioni della presente indagine furono eseguite tra l'ottobre ed il dicembre, cioè dopo i mesi estivi durante i quali l'accrescimento dell'organismo umano si fa più intenso. Poichè la maggior parte degli studi sullo sviluppo della statura denunziano tra il 20° ed il 21° anno d'età un incremento di circa il 4‰, per calcolare l'ulteriore sviluppo della statura dei militari qui osser-

(1) R. Livi. *Antropologia nei suoi rapporti con la medicina sociale*. Milano, Vallardi, 1910, pag. 269.

vati a partire esattamente dal 20° anno di età, il risultato medio delle prime misurazioni dovrà abbassarsi di circa il 2‰; cioè di 3,3 mm. La statura definitiva, in confronto di quella rilevata a 20 anni sarebbe così più elevata di mm. 15 (2° gruppo) e 14 (3° gruppo).

Le osservazioni su maschi belgi del QUÉTELET e quelle su maschi tedeschi riportate dal FIRCKS, darebbero dal 20° al 25° anno, un incremento complessivo rispettivamente di 11 e di 10 millimetri (il 6,4‰ ed il 5,8‰). Quelle del BOWDITCH su maschi del Nord America, che si arrestano al 24° anno, darebbero invece un ulteriore aumento di 13 mm. (il 7,6‰) I.

A. BERTELSEN ⁽¹⁾

Some Statistics on the Native Population of Greenland

With this present year, 1921, 200 years will have elapsed since the Danish colonization of Greenland began.

The population of West Greenland, which on January 1, 1920 comprised 13,335 individuals, now lives on a cultural plane, which, though removed in many respects from the civilisation of the original Eskimos, is yet more closely allied to that than to European civilisation.

As the 200th anniversary of the colonization of Greenland has awakened a rather more actual interest in that country than is generally felt, it has seemed to me that the publication of a few statistics on the population would not be misplaced. Those scientists sufficiently interested to study the matter more extensively, I refer to the list of special books and articles at the end of this paper.

Births.

The birth-rate of the population of Greenland during the period from 1851-1900 was 36.5 ‰, (for North Greenland 36 ‰ and South Greenland 37 ‰). No appreciable decrease in the birth-rate is observable. The power of propagation seems to be the same in the pure Eskimo races, as in those mixed with European blood. At any rate it is not less in the first instance.

(1) District-physician, Umanaq, North Greenland.

Grouped according to months the birth-rate was as follows:

January. 9.4	April . 8.2	July 8.4	October. . 7.6
February 9.2	May. . 8.5	August . . 7.7	November 7.8
March . . 9.-	June. . 8.-	September 8.1	December 8.1

The relative frequency of the births seems to bear a definite relation to the state of nutrition of the population.

The relation between the number of male and female children born is 106 to 100, (in North Greenland 105, in South Greenland 107). 5 % of the total number of births was out of wedlock.

The age at which married women bear children in Greenland is, as a rule, about the same as in Northern Europe, while the age at which « girl » mothers bear children indicates that so-called « seduction » is a practically negligible factor in Greenland. As compared with Denmark there are only half as many unmarried mothers as expected in the periods under 25 years of age in Greenland, but on the other hand, twice as many as expected in the following periods. Menstruation occurs for the first time at about 15 or 16 years of age, and the climacteric at about 45. The average duration of delivery (child-birth) is about 10 hours.

Deaths.

The death-rate in Greenland in the period from 1861-1900 was 33 ‰, (North Greenland 27 ‰ and South Greenland 37 ‰). The death-rate has been considerably less in the last decades. In no other European countries except the Slavic nations is the death-rate so high. 128 men die for every 100 women (in North Greenland 125, in South Greenland 131), a difference in favor of the women much larger than is usually found.

The span of life is, on the whole, short, infant mortality great, boys in the period between 10-15 years of age have as high a mortality as men in Denmark between 40-45. The mortality of women in Greenland between 20-25 is as great as the mortality of Danish women between 40-45. There is a particularly high rate of mortality for adult men.

The following table illustrates the rate of mortality of the two sexes at various ages.

For every 10,000 individuals in the period in question the annual death-rate was :

Period of age	North Greenland 1861—1900		South Greenland 1861—1900	
	M.	F.	M.	F.
0—5	551	483	947	843
5—10	109	106	119	106
10—15	97	60	98	83
15—20	177	79	238	109
20—25	299	170	380	182
25—30	266	145	412	175
30—35	311	222	304	236
35—40	274	241	336	276
40—45	291	224	418	305
45—50	431	226	530	332
50—55	591	350	709	467
55—60	609	504	849	635
60—65	1107	737	1092	794
65—70	1385	750	1173	1129
70—75	2500	1192	2833	2541
75—80	4000	1937	?	4250
80—85	?	3500	?	?

Only a very rough estimate may be made of the causes of the deaths. One third of the total number is presumably due to tuberculosis, another third falls on children under 5 years of age probably due to bronchial or intestinal catarrh, one sixth is due to accidents and deaths at birth, and the remaining sixth is due to epilepsy, carbuncles, cancer and other diseases.

Divided according to the separate months the percentage of mortality in the period between 1851-1900 was:

January . 7.4	April . 7.1	July 10.1	October . 9.0
February 7.4	May . . 7.6	August . . 9.5	November 7.8
March . . 7.2	June . 9.9	September 9.2	December 6.8

This seems to indicate that neither the straitened season (November-December), nor the transition to a period when better

nourishment is attainable tends to increase the death-rate, any more than the sojourn in winter quarters shows immediate results. The severe cold is not accompanied by any particular sickness, nor does the absence of the sun during the long polar night have any apparent effect. The influence of the season on the death-rate depends partly on that exerted by the vernal thaw in freeing contagion from the frozen ground and the protecting coverlet of snow, (as shown by the appearance of bronchial and intestinal catarrhal affections during the spring) and particularly in the periodical establishment of connection with Europe and the contagion thus introduced. In each separate colonisation district it is possible to demonstrate that the highest death-rate immediately follows the annual period at which connection with Europe is re-established.

As the death-causes are always reported by a layman, only deaths by accident can be investigated further.

In the meantime accidents occur with such astonishing frequency that they deserve further attention. In the years 1861-1900, 52 out every 10,000 men of every age in North Greenland died from accidents, while in South Greenland 78 of every 10,000 met violent deaths. In the period between 20-25 years of age, twice as many men in North Greenland died from accident alone and more than 3 times as many in South Greenland, as died in Denmark in the same period from all other causes together. The proportion between deaths by accident for men and women is 21-1, and this is almost sufficient to explain the enormous difference in the mortality of the two sexes referred to above. Out of every 100 deaths by accident in North Greenland, 77 are due to drowning and in South Greenland 88, while Kajak accidents are the cause of 62 and 81 respectively.

For further information on the subject the following list of books is recommended.

BERTELSEN A., *Om Fødslerne i Grønland og de sexuelle Forhold sammesteds.* (« Bibl. f. Læger » 99, Aarg. 4, H. Pag. 527) 1907.

BERTELSEN A., *Om Dødeligheden i Grønland og om nogle af Dødsarsagerne sammesteds.* (« Bibl. f. Læger » 102, Aarg. 4, H. Pag. 459) 1910.

BERTELSEN A., *Ægteskabsstatistik fra Umánaq Distrikt, Nordgrønland.* (« Det grønland. Selskabs Aarsskrift » Pag. 26), 1918.

HERVÉ G., *Demographie des Esquimaux de Gröenland*. « Rev. de l'École d'Anth. » Paris 1896).

RYBERG C., *Om Erhvervs- og Befolknings — Forholdene i Gröenland*. (« Geografisk Tidsskrift » 12, Bd. Pag. 87 & 113) 1894.

RYBERG C., *Om Erhvervs- og Befolkningsforholdene i Gröenland*. (« Geografisk Tidsskrift », 17, Bd. Pag. 69) 1904.

Sammendrag af statistiske Oplysninger om Gröenland. (« Statistiske Medd. » 4, R. 39, Bd. 2, H.) 1912.

SAPPER K., *Nachrichten über Zukunftsaussichten des Eskimobevölkerung von Grönland und Labrador*. (« Peters. Geograph. Mitteilungen ». Vol 64, pag. 210, 1918).

WESTERGAARD H., *Mortality in remote corners of the world*. (« The Journ. of the Stat. Society ») 1880.

FRANCO SAVORGNA

L'aumento delle nascite maschili durante la guerra

In un suo scritto del 1884 il DÜSING, rilevando come dopo la guerra russo-svedese (1789-90) fossero cresciute in Svezia le nascite maschili, affermava che l'aumento dei nati maschi dopo la guerra era un fenomeno molto noto e mai messo in dubbio, (*eine sehr bekannte, niemals bezweifelte Erscheinung*) (1). Questa opinione tanto recisa, che anche altri scrittori (OETTINGEN, MAYR, etc.) condividevano, trovò subito degli oppositori (LEXIS, CARLBERG, etc.) che ne misero in dubbio la veridicità. Più tardi il GINI, nel suo libro sul « Sesso », dimostrava che le guerre del 1866 e del 1870-71 non avevano lasciato « traccia visibile sul rapporto sessuale dei nati », e concludeva dicendo che una qualsiasi relazione tra le guerre e il rapporto dei sessi nelle nascite gli pareva « più che dubbia » e che le coincidenze osservate dal DÜSING e dall'OETTINGEN si potevano « tranquillamente riguardare come accidentali » (2).

Questo era lo stato della questione, quando la guerra con le sue conseguenze d'ordine demografico venne a trarre dall'oblio la tesi del DÜSING, conferendole nuovo interesse. Infatti già nel novembre del 1917 Sir BERNARD MALLET, in un discorso presidenziale alla Royal Statistical Society, richiamava l'attenzione sull'aumento delle nascite maschili verificatosi in Inghilterra e nel Galles, in Scozia, in Irlanda durante gli anni di guerra, e, ricordando l'opinione del DÜSING, concludeva con queste parole: *A rise in the sex*

(1) *Die Regulierung des Geschlechtsverhältnisses bei der Vermehrung der Menschen, Tiere und Pflanzen*, « Ienaische Zeitschrift für Naturwissenschaft », vol. XVII, pag. 609.

(2) *Il Sesso dal punto di vista statistico*, Palermo, 1909, pag. 239 e seg. Alle stesse conclusioni del GINI pervenivano recentemente il NIXON, in una comunicazione fatta il 16 Maggio 1916 alla Royal Statistical Society, e gli autori della pubblicazione: *Die Totenverluste der Oest. - Ung. - Monarchie nach Nationalitäten*, Vienna, 1919.

proportion so marked and sustained over so long a period can hardly be dismissed as an accidental coincidence (1). Il DE JASTRZEBSKI poi, in un suo studio sul rapporto dei sessi alla nascita, disponendo di dati più estesi nel tempo e nello spazio di quelli del MALLET, — dati che più sotto riproduciamo — riesaminava il problema. E, avendo constatato che, tanto nei sette Stati belligeranti quanto nei tre Stati neutrali più vicini alla zona delle operazioni militari, v'era stato un aumento più o meno marcato del rapporto dei sessi, formulava il seguente giudizio: *So far as the present evidence goes war raises the ratio of masculinity* (2).

Stati	Periodo di guerra	Numero delle nascite	Maschi per 1000 Femmine	
			Decennio prima della guerra	Periodo di guerra
Inghilterra e Galles	Luglio 1915 - Giugno 1918	2.200.000	1039	1046
Scozia	» » »	300.000	1043	1051
Irlanda	Luglio 1915 - Marzo 1918	240.000	1054	1063
Australia	Luglio 1915 - Giugno 1917	260.000	1052	1058
Nuova Zelanda	1915-16	56.000	1055	1066
Ungheria	1915	500.000	1057	1060
Finlandia	1915	80.000	1058	1059
Paesi Bassi	1915-16	340.000	1052	1056
Svizzera	1915	70.000	1039	1042
Danimarca	1915	60.000	1050	1052

La questione degli effetti che la guerra può avere sulla proporzione dei sessi alla nascita, ha tanta importanza per gli studi di demografia, che m'è sembrato prezzo dell'opera riprenderla in esame in base ai dati più recenti che mi furono comunicati dagli uffici di statistica dei vari Stati (3).

(1) *Vital Statistics as affected by the war*, « Journal of the Royal Statistical Society », Gennaio 1918, pag. 14 e seg.

(2) *The sex ratio at birth*, « The Eugenics Review », Aprile 1919.

(3) Mi sia lecito di porgere qui i miei più vivi ringraziamenti ai direttori di quegli uffici di statistica, che vollero cortesemente rispondere alle mie domande. Alcuni uffici di Stati belligeranti non furono in grado di comunicarmi i dati richiesti, da altri non ebbi risposta.

Stati belligeranti.

Nati vivi. — Per poter constatare se ed in quanto il rapporto dei sessi alla nascita sia aumentato durante gli anni di guerra, è d'uopo confrontarlo con quello degli anni precedenti il conflitto, risalendo per lo meno sino al 1906 (1). Della Francia non si sono potuti avere i dati che sino al 1915, e dell'Italia sino al 1916,

Nati vivi maschi per 1000 femmine

Anni	Impero germ. (1)	Prussia	Baviera	Sas- sonia	Ingh. e Galles	Scozia (2)	Irlanda	Francia (3)	Italia
1906	1054	1057	1056	1045	1041	1045	1065	1040	1057
1907	1057	1058	1059	1054	1039	1047	1052	1046	1057
1908	1054	1054	1064	1045	1036	1035	1055	1048	1055
1909	1053	1054	1047	1050	1041	1044	1054	1044	1050
1910	1053	1055	1051	1048	1040	1037	1045	1045	1052
1911	1055	1058	1054	1055	1039	1045	1064	1041	1056
1912	1059	1060	1061	1053	1040	1051	1048	1048	1054
1913	1054	1053	1059	1064	1038	1041	1045	1047	1050
1914	1056	1058	1059	1052	1035	1033	1052	1038	1051
1915	1055	1059	1055	1042	1040	1047	1064	1046	1054
1916	1065	1066	1064	1065	1049	1056	1065	—	1054
1917	1069	1071	1060	1069	1044	1054	1052	—	—
1918	1073	—	1081	—	1048	1045	1047	—	—
1919	—	—	—	—	1060	—	—	—	—

(1) Nei nati vivi del 1917 e 1918 non sono compresi quelli dell'Alsazia-Lorena.

(2) I dati del 1918 sono provvisori.

(3) I dati per il 1914 e 1915 si riferiscono ai soli 77 dipartimenti non invasi.

(1) Questi e gli altri rapporti per i nati morti e per il complesso dei nati, dal 1906 al 1914, sono desunti dall'« Annuaire international de Statistique », II. *Mouvement de la population (Europe)*, L'Aia, 1917; e per gli anni ivi mancanti furono da me calcolati in base ai dati sul movimento della popolazione dei vari Stati.

annate nelle quali la guerra non aveva ancora fatto risentire che molto debolmente la sua azione sulla natalità in questi due paesi. Ma per gli altri Stati i dati arrivano sino al 1918 e per l'Inghilterra e il Galles sino al 1919, e permettono quindi un esame quasi completo del fenomeno.

Nell'Impero germanico l'aumento del rapporto dei sessi oltre il livello normale s'inizia nel 1916, e il rapporto cresce poi rapidamente negli anni successivi; lo stesso avviene per la Prussia che fornisce il maggior contingente alla natalità dell'impero. In Baviera invece il rapporto del 1916 è eguale a quello del 1908, quello del 1917 inferiore non solo a quello del 1908 ma anche a quello del 1912, mentre nel 1918 la eccedenza dei nati vivi maschi è di gran lunga superiore alle normale. In Sassonia nel 1916 il rapporto supera appena di uno quello del 1913 e tende ad aumentare nel 1917. Dando minor peso ai rapporti della Baviera e della Sassonia, che si riferiscono a un numero relativamente piccolo di nascite e sono quindi soggetti a oscillazioni più forti, si può affermare che in tutto l'Impero germanico, dal 1916 al 1918, il rapporto dei sessi mostra una tendenza ben delineata e continua a crescere. In Inghilterra si osserva una tendenza analoga e il rapporto attinge un massimo nel 1919; In Scozia un vero e proprio aumento non si ha che negli anni 1916 e 1917, mentre il rapporto del 1918 è inferiore a quello dei due anni di pace 1907 e 1912. In Irlanda il rapporto del 1916 è eguale a quello del 1906 e i rapporti del 1917 e 1918 sono sensibilmente più bassi di quelli di molti anni di pace. In base ai nostri dati, più dettagliati e completi di quelli citati dal DE JASTRZEBSKI, non si può asserire che durante la guerra il rapporto sia aumentato in Irlanda. Va notato però che l'Irlanda non si può considerare alla stessa stregua degli altri Stati belligeranti, perchè ivi non vigeva la coscrizione obbligatoria che ha tanta influenza sulle nascite. In Francia nel 1915 e in Italia nel 1916 il rapporto non presenta nulla di anormale, ma per questi due paesi si tratta del primo anno di guerra e quindi i dati non consentono alcun giudizio.

Nati morti. — Nel prospetto che segue mancano naturalmente i rapporti per il Regno Unito, dove non si pubblicano notizie sui nati morti.

Le oscillazioni annuali dei rapporti sono molto ampie, perchè si tratta di numeri relativamente piccoli; però, per quanto riguarda l'Impero germanico e la Prussia, si ha l'impressione che negli anni

Nati morti maschi per 1000 femmine

Anni	Impero germanico (1)	Prussia	Baviera	Sassonia	Francia (2)	Italia
1906	1280	1289	1265	1320	1360	1268
1907	1301	1318	1235	1380	1353	1268
1908	1288	1300	1238	1282	1335	1265
1909	1271	1265	1250	1331	1353	1265
1910	1272	1267	1286	1322	1314	1254
1911	1270	1274	1246	1308	1351	1278
1912	1261	1253	1315	1277	1317	1281
1913	1262	1259	1291	1331	1355	1295
1914	1269	1273	1246	1271	1348	1277
1915	1239	1234	1262	1304	1313	1274
1916	1267	1269	1268	1366	—	1284
1917	1217	1191	1304	1385	—	—
1918	1241	—	1324	—	—	—

(1) Nei nati morti del 1917 e 1918 non sono compresi quelli dell'Alsazia-Lorena.

(2) Nell'« Annuaire etc. » il rapporto per il 1910 è errato (1317), perchè in base ai dati ivi contenuti risulta di 1314. I dati per il 1914 e 1915 si riferiscono ai soli 77 dipartimenti non invasi.

di guerra il rapporto sia scemato. Ciò appare con maggiore evidenza, raggruppando i dati dell'Impero per periodi più estesi.

Durante la guerra l'eccedenza dei maschi risulta diminuita piuttosto sensibilmente in confronto ai periodi antecedenti. Su questa

Periodi	Nati morti Maschi per 1000 femmine
1876 - 1885	1282
1886 - 1895	1299
1896 - 1905	1282
1906 - 1914	1275
1915 - 1918	1242

diminuzione ha certamente influito la circostanza che, negli anni di guerra, la natimortalità dei maschi ha subito un aumento appena sensibile, mentre quella delle femmine è cresciuta molto più notevolmente, come si vede dai coefficienti di natimortalità per i due sessi, da me calcolati per l'Impero germanico.

Periodi	Nati morti maschi per 10.000 nati	Numero indice	Nate morte femmine per 10.000 nate	Numero indice
1906-1914	321	100	267	100
1915-1918	325	101	280	105

Nati vivi e morti. — Il rapporto, ove ciò sia possibile, va istituito più correttamente per le nascite complessive che non per i soli nati vivi.

Nati vivi e morti maschi per 1000 femmine.

Anni	Impero germanico (1)	Prussia	Baviera	Sassonia	Francia (2)	Italia
1906	1060	1063	1062	1053	1052	1065
1907	1063	1065	1063	1063	1058	1066
1908	1061	1061	1069	1053	1060	1064
1909	1059	1060	1052	1058	1056	1059
1910	1059	1061	1057	1057	1055	1060
1911	1061	1064	1059	1063	1053	1064
1912	1065	1065	1068	1060	1058	1062
1913	1060	1058	1065	1072	1059	1058
1914	1062	1064	1063	1059	1050	1059
1915	1060	1064	1060	1051	1056	1059
1916	1071	1072	1069	1074	—	1062
1917	1073	1074	1066	1078	—	—
1918	1077	—	1087	—	—	—

(1) Nel complesso dei nati del 1917 e 1918 non sono compresi quelli dell'Alsazia-Lorena.

(2) I dati per il 1914 e 1915 si riferiscono ai soli 77 dipartimenti non invasi.

L'esame dei rapporti conduce naturalmente alle stesse conclusioni, a cui si è giunti commentando i rapporti dei nati vivi. In proposito si rileva come nell'Impero germanico il rapporto sia cre-

sciuto, durante la guerra, di più per i nati vivi che per il complesso dei nati; e ciò è dovuto al forte aumento verificatosi nella natimortalità femminile.

Periodi	Nati vivi maschi per 1000 femmine	Numero indice	Complesso nati maschi per 1000 femmine	Numero indice
1906 - 1914	1055	1000	1061	1000
1915 - 1918	1064	1008	1069	1007

La guerra opererebbe quindi più intensamente ad accrescere il numero dei maschi nati vivi che quello dei maschi nati in genere.

Stati neutrali.

Nei quattro Stati neutrali considerati il rapporto dei sessi alla nascita, dal 1906 al 1918, variò come segue:

Maschi per 1000 femmine

Anni	Nati vivi				Nati morti			
	Danimarca	Norvegia (1)	Paesi Bassi	Spagna (2)	Danimarca	Norvegia (1)	Paesi Bassi	Spagna
1906	1051	1052	1040	1095	1228	1287	1208	1489
1907	1054	1065	1049	1103	1315	1229	1192	1533
1908	1038	1061	1057	1100	1218	1313	1277	1447
1909	1055	1062	1048	1098	1260	1177	1209	1495
1910	1053	1056	1060	1100	1244	1185	1258	1473
1911	1046	1056	1050	1095	1360	1282	1226	1475
1912	1055	1063	1054	1101	1284	1329	1285	1491
1913	1043	1047	1047	1095	1346	1151	1260	1478
1914	1048	1074	1056	1094	1396	1260	1213	1438
1915	1052	1043	1059	1106	1211	1367	1224	1464
1916	1055	1054	1055	1103	1220	1285	1252	1483
1917	1046	1056	1055	1096	1279	1281	1301	1404
1918	1057	—	1061	1097	1181	—	1221	1478

(1) I dati del 1917 sono provvisori.

(2) Nel 1915 in base ai dati dell'« Annuaire etc. » il rapporto è 1098; in base ai dati dell'« Anuario estadístico de Espana », anno V, 1918, è invece 1106.

Nati vivi e morti maschi per 1000 femmine

Anni	Danimarca	Norvegia (1)	Paesi Bassi	Spagna (2)
1906	1055	1057	1046	1104
1907	1059	1068	1054	1111
1908	1042	1066	1065	1108
1909	1059	1064	1054	1106
1910	1057	1059	1067	1108
1911	1052	1060	1056	1103
1912	1060	1069	1062	1110
1913	1049	1049	1054	1103
1914	1053	1078	1061	1102
1915	1055	1049	1065	1114
1916	1058	1059	1062	1112
1917	1051	1061	1063	1103
1918	1060	—	1066	1106

(1) I dati del 1917 sono provvisori.

(2) Nel 1915 in base ai dati dell' « Annuaire etc. » il rapporto è 1106; in base ai dati dell' « Anuario etc. » è invece 1114.

Considerando tanto i rapporti dei nati vivi che quelli più significativi di tutti i nati, non risulta che vi sia stato alcun aumento di nascite maschili. I rapporti degli anni di guerra oscillano generalmente entro i consueti limiti, e non pare quindi sostenibile l'asserzione del DE JASTRZEBSKI che l'aumento dei maschi *is reflected in the Netherlands and Denmark, the neutral countries nearest to the actual zone of military operations.*

In base all'analisi e al confronto dei rapporti dei sessi alla nascita si constata:

1) Negli Stati neutrali non s'è verificato negli anni di guerra alcun aumento di nascite maschili.

2) Nei due Stati belligeranti Germania e Inghilterra — che ci forniscono il materiale più attendibile, perchè comprende tutto il

periodo di guerra ed è costituito da grandi numeri — il rapporto dei nati vivi si mantiene nel primo anno di guerra al livello normale degli anni di pace; cresce poi a cominciare dal 1916, toccando un massimo, in Germania nel 1918 con un aumento di 18 sulla media del 1906-1914 che è di 1055, e in Inghilterra nel 1919 con un aumento di 21 sulla media del 1906-1914 che è di 1039.

3) Un andamento analogo mostra in Germania il rapporto di tutte le nascite, che raggiunge il massimo nel 1918 con un aumento di 16 sulla media del 1906-1914 che è di 1061, aumento questo assolutamente e relativamente minore di quello del rapporto dei nati vivi.

4) In Irlanda — uno Stato belligerante *sui generis*, in cui non esiste che l'arruolamento volontario — non risulta che negli anni di guerra il rapporto sia cresciuto.

5) In Germania il rapporto dei nati morti è diminuito notevolmente negli anni di guerra.

Vediamo ora quali argomentazioni d'indole generale e quali ipotesi intorno al problema della relazione tra la guerra e l'aumento delle nascite maschili consentano le constatazioni dianzi fatte.

Poichè non s'è avvertito alcun incremento del rapporto, nè nei paesi neutrali, nè in Irlanda, è logico ammettere che non le condizioni generiche create dalla guerra (p. e. le difficoltà d'alimentazione), le quali possono estendersi anche ai paesi non belligeranti, esercitino un'azione sulla mascolinità dei nati, ma bensì le condizioni peculiari in cui viene a trovarsi una popolazione belligerante. Infatti, un aumento di nascite maschili si osserva soltanto là, dove la guerra — in seguito all'invio al fronte di milioni di uomini in età atta alla riproduzione — ha sconvolto e radicalmente modificato la nuzialità, le relazioni sessuali tra i coniugi e le condizioni normali della generazione. Sembrerebbe quindi che l'aumento delle nascite maschili stia in relazione con l'assenza prolungata dei procreatori. Questa ipotesi è avvalorata da due circostanze: la prima, che il rapporto si mantiene inalterato nel primo anno di guerra, in cui la natalità non s'è ancora risentita che debolmente della lontananza dei prolificatori; la seconda, che il rapporto cresce con la durata della guerra e raggiunge un massimo, in Germania nel 1918, e in Inghilterra nel 1919, anno questo che rispetto alla natalità si deve considerare ancora come anno di guerra.

Un altro fenomeno su cui conviene fermare l'attenzione, è quello della diminuzione del rapporto dei nati morti, verificatasi in Germania durante la guerra, e che dipende dal maggior incremento

della natimortalità femminile. La natimortalità generale — come dimostrai in uno studio comparso in questa rivista (1) — è cresciuta, sebbene non notevolmente, in tutti i paesi belligeranti, e questo aumento è da attribuirsi alle manifestazioni patologiche, prodotte nell'organismo materno dalla deficienza di nutrimento, da un eccessivo *surmenage* ed anche dalla mancata assistenza medica all'atto del parto. Perchè queste cause di natimortalità, determinate dalla guerra, non hanno, come la *mors* oraziana, colpito *aequo pede* tanto i maschi che le femmine? Perché anzi hanno agito con maggiore intensità su quello dei due sessi, che in tempi normali appare più refrattario alla natimortalità? Tra cielo e terra vi sono molte più cose che la nostra demografia non supponga, ma poichè non sarebbe ragionevole pensare che cause tante generiche di natimortalità, come la deficienza di nutrizione, il *surmenage* delle madri e la mancata assistenza medica al parto, abbiano prescelto le proprie vittime tra le femmine, risparmiando i maschi, conviene ammettere che qualche fattore di compensazione sia intervenuto ad attenuare la natimortalità maschile. La maggior natimortalità dei maschi, in confronto alle femmine, è generalmente attribuita, o, a una minore capacità di resistenza del sesso maschile, o, al contrario, secondo RAUBER, a una maggior forza vitale del feto maschile, il quale avrebbe verso l'organismo materno « delle pretese più elevate che la madre non è sempre in grado di soddisfare » (2).

Dato l'intimo nesso che intercede tra la capacità vitale del feto e la efficienza organica delle gestanti — ove sia vera la prima ipotesi — quanto migliori saranno le condizioni dell'organismo materno tanto maggiore sarà la resistenza vitale del feto maschile; e per converso — ove sia vera la seconda — le buone condizioni organiche consentiranno alla madre di soddisfare quelle « pretese più elevate » che il feto maschile esige. Sicchè le cause generiche dell'aumento della natimortalità durante la guerra, che concorrono a menomare l'organismo materno, avrebbero dovuto, se mai, agire, *coeteris paribus*, con maggiore intensità sui feti maschili.

È noto che l'organismo della donna, esaurito dal travaglio della gestazione e del parto, richiede un periodo piuttosto lungo per ricostituirsi. Ed è perciò che il susseguirsi delle gravidanze a intervalli troppo brevi, durante i quali la donna non ha il tempo

(1) FRANCO SAVORGNAN, *La natimortalità negli anni di guerra*, in « Metron », vol. I, n. 2, 1 Dicembre 1920.

(2) Cfr. FRIEDRICH PRINZING, *Handbuch der medizinischen Statistik*, Jena 1906, pag. 54.

di riacquistare la pienezza delle sue forze, pregiudica la capacità vitale dei nascituri (1), sia perchè il feto è meno resistente, sia perchè l'organismo debilitato della madre non è in grado di assolvere il compito della gestazione. Il succedersi dei parti a brevi intervalli, minori di due anni, dovrebbe quindi arrecare un pregiudizio più grave ai feti maschili, meno vitali, o più esigenti, di quelli femminili. Ora la guerra — col separare i mariti dalle mogli per lunghi periodi di tempo (2), col diminuire il numero dei nuovi matrimoni e della coppie giovani più feconde, con l'operare una maggiore restrizione volontaria delle nascite in causa delle cresciute difficoltà di vita — ha appunto l'effetto di prolungare l'intervallo tra un parto e l'altro. In Germania poi — dove prima della guerra la nutrizione artificiale era molto diffusa — la mancanza di surrogati di latte umano, verificatasi poco dopo lo scoppio delle ostilità, indusse molte madri ad allattare i propri figli (3). Poichè l'allattamento ritarda il riapparire delle mestruazioni dopo il parto, e rende quindi meno probabile il concepimento, l'intervallo tra due parti dovette essere protratto anche da questa circostanza. Questo effetto dilatorio della guerra sulla successione dei parti ebbe quindi una ripercussione benefica sulle condizioni della gravidanza in genere e giovò particolarmente alla vitalità dei maschi, compensando almeno in parte, in loro riguardo, l'azione nociva delle altre cause di natimortalità. Così si spiegherebbe come la natimortalità maschile sia rimasta in Germania quasi costante durante la guerra, mentre la femminile è cresciuta.

(1) Il GINI ha dimostrato che « non sono dubbie le conseguenze dannose che, sulla resistenza vitale dei bambini, almeno nel primo anno di vita, esercita un troppo breve intervallo dalla nascita antecedente ». *Contributi statistici ai problemi dell'eugenica*, « Rivista italiana di Sociologia », Maggio-Agosto 1912.

(2) Le licenze accordate ai soldati non hanno raggiunto che in minima parte l'effetto sperato di provocare una ripresa della natalità. Il BOLDRINI ritiene « che la fecondità dei militari assenti dalle rispettive famiglie durante la guerra sia diminuita approssimativamente dieci volte di più di quanto non siasi verificato per la natalità complessiva riferita agli uomini in età feconda ». *I figli di guerra*, « Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica », Giugno 1919.

(3) Intorno alla diffusione della nutrizione al seno in Germania, durante la guerra, cfr. C. GINI, *Sulla mortalità infantile durante la guerra*, « Atti della Società italiana di ostetricia e ginecologia », vol. XIX, anno 1919; e C. DÖRING, *Die Bevölkerungsbewegung im Weltkrieg. I. Deutschland*, « Bulletin der Studiengesellschaft für soziale Folgen des Krieges », n. 4 Kopenhagen, Marzo 1919, pag. 89.

Negli anni di guerra — specialmente negli ultimi — il numero delle nascite s'è notevolmente ridotto in confronto a quello degli anni di pace. Vien fatto ora di chiedersi, se questa diminuzione, talvolta tanto considerevole da raggiungere persino il 40 o il 50%, abbia potuto influire sul rapporto dei sessi alla nascita, vale a dire, se le deviazioni dalla media, osservate nei rapporti durante la guerra, siano, o no, dovute a cause accidentali, la cui azione riesce a manifestarsi meglio in rapporti calcolati in base a numeri più piccoli di nati maschi e femmine.

Ammetto che il rapporto dei sessi alla nascita possa ritenersi costante, e che le sue variazioni dipendano unicamente da fattori accidentali, dovrebbero queste variazioni oscillare intorno ai limiti matematici dello scarto probabile in modo da non superarli nè sensibilmente, nè continuamente (1). Per sapere quindi se il diminuito numero delle nascite possa aver esercitato una qualche influenza sulle oscillazioni dei rapporti negli anni di guerra, sarà d'uopo: ammettere che la probabilità di una nascita maschile e femminile — quale risultava nel periodo di pace — sia rimasta inalterata durante la guerra; calcolare, per ciascuno degli anni di guerra, i limiti dello scarto probabile in base a quella probabilità e al minor numero di nascite realmente verificatosi in quell'anno; e vedere se il rapporto osservato sia contenuto entro quei limiti teorici.

Siano N la media annuale delle nascite nel periodo 1906-1914, M quella dei maschi, F quella delle femmine, e sia quindi $N = M + F$; $\frac{M}{N} = p$ sarà la probabilità di una nascita maschile, e $\frac{F}{N} = q$ la probabilità di una nascita femminile in quel periodo. Considerando costanti le probabilità p e q , e applicandole al numero delle nascite n (di cui in realtà m sono maschili e f femminili) di uno degli anni di guerra, le nascite maschili risulteranno $np = m'$ e le femminili $nq = f'$. L'errore probabile sarà quindi

$$e = \pm 0,4769 \sqrt{2npq}$$

Il numero delle nascite maschili, così calcolato, oscillerà tra $m' \pm e$; quello delle femminili tra $f' \mp e$; e il rapporto dei sessi alla nascita (maschi per 1000 femmine) tra il limite superiore

$$\frac{1000 (m' + e)}{f' - e} \text{ e il limite inferiore } \frac{1000 (m' - e)}{f' + e}$$

(1) Cfr. RODOLFO BENINI, *Principii di statistica metodologica*, Torino, 1906, pag. 224.

Ciò fatto si esaminerà se il rapporto $\frac{1000 m}{f}$ osservato in quel anno di guerra stia, o no, entro quei due limiti matematici.

In base a questa ipotesi si sono eseguiti i relativi calcoli per i nati vivi, per i nati morti e per il complesso dei nati nell'Impero germanico, in Prussia, in Baviera e in Sassonia; e per i nati vivi in Inghilterra e Galles, in Scozia e in Irlanda, durante gli anni di guerra (1). Nei seguenti prospetti i rapporti osservati che non rientrano nei limiti dello scarto probabile, sono indicati in grassetto:

(1) In base alle medie del periodo 1906-1914 la probabilità di una nascita maschile e femminile era:

	Nati vivi ‰		Nati morti ‰		Nati vivi e morti ‰	
	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine
Impero germanico	51,34	48,66	56,05	43,95	51,48	48,52
Prussia	51,37	48,63	56,10	43,90	51,51	48,49
Baviera	51,38	48,62	55,81	44,19	51,50	48,50
Sassonia	51,26	48,74	56,79	43,21	51,45	48,55
Inghilterra e Galles	50,95	49,05	—	—	—	—
Scozia	51,08	48,97	—	—	—	—
Irlanda	51,30	48,70	—	—	—	—

I limiti del rapporto in base allo scarto probabile, e il rapporto osservato erano, nello stesso periodo, i seguenti:

Maschi per 1000 femmine

	Nati vivi			Nati morti		Nati vivi e morti	
	Limite Super. - Infer.	Osserva- zione		Limite Super. - Infer.	Osserva- zione	Limite Super. - Infer.	Osserva- zione
Impero germanico	1056 - 1054	1055		1232 - 1268	1275	1062 - 1060	1061
Prussia	1057,7 - 1055,1	1056,4		1287 - 1269	1278	1063,6 - 1061	1062,3
Baviera	1060 - 1054	1057		1235 - 1241	1263	1065 - 1059	1062
Sassonia	1056 - 1048	1052		1341 - 1288	1314,5	1064 - 1056	1060
Inghil. e Galles	1040,2 - 1037,3	1038,75		—	—	—	—
Scozia	1046 - 1038	1042		—	—	—	—
Irlanda	1057,8 - 1049	1053,4		—	—	—	—

Nati vivi maschi per 1000 femmine

Anni	Impero germanico		Prussia		Baviera		Sassonia	
	Limite Super. - Infer.	Osser- vazione	Limite Super. - Infer.	Osser- vazione	Limite Super. - Infer.	Osser- vazione	Limite Super. - Infer.	Osser- vazione
1915	1056 - 1054	1055	1058 - 1055	1059	1060 - 1053	1055	1057 - 1047	1042
1916	» - »	1065	» - »	1066	1061 - 1052	1064	1058 - 1046	1065
1917	» - »	1069	» - »	1071	» - »	1060	1058 - 1045	1069
1918	» - »	1073	—	—	» - »	1081	—	—

Nati morti maschi per 1000 femmine

Anni	Impero germanico		Prussia		Baviera		Sassonia	
	Limite Super. - Infer.	Osser- vazione	Limite Super. - Infer.	Osser- vazione	Limite Super. - Infer.	Osser- vazione	Limite Super. - Infer.	Osser- vazione
1915	1284 - 1267	1239	1288 - 1268	1234	1290 - 1237	1262	1346 - 1282	1304
1916	1285 - 1266	1267	1290 - 1266	1269	1294 - 1233	1268	1353 - 1276	1366
1917	1286 - 1265	1217	1291 - 1265	1191	1296 - 1232	1304	1359 - 1273	1385
1918	1286 - 1265	1241	—	—	1295 - 1233	1324	—	—

Nati vivi e morti maschi 1000 femmine

Anni	Impero germanico		Prussia		Baviera		Sassonia	
	Limite Super. - Infer.	Osser- vazione	Limite Super. - Infer.	Osser- vazione	Limite Super. - Infer.	Osser- vazione	Limite Super. - Infer.	Osser- vazione
1915	1062 - 1060	1060	1064 - 1061	1064	1065 - 1058	1060	1065 - 1055	1051
1916	» - »	1071	» - »	1072	1066 - 1058	1069	1066 - 1054	1074
1917	» - »	1073	» - »	1074	» - »	1066	1066 - 1053	1078
1918	» - »	1077	—	—	» - »	1087	—	—

Nati vivi maschi per 1000 femmine

Anni	Inghilterra e Galles		Scozia		Irlanda	
	Limite Super. - Infer.	Osserva- zione	Limite Super. - Infer.	Osserva- zione	Limite Super. - Infer.	Osserva- zione
1915	1040 - 1037	1040	1046 - 1038	1047	1058 - 1049	1064
1916	» - »	1049	» - »	1056	» - »	1065
1917	» - »	1044	1047 - 1038	1054	» - »	1052
1918	» - »	1048	» - »	1045	» - »	1047
1919	» - »	1060	—	—	—	—

Il confronto tra i rapporti-limite e i rapporti osservati ci mostra che le deviazioni dalla media, verificatesi nei rapporti dei sessi durante la guerra, non possono attribuirsi all'azione di cause accidentali. Il minor numero di nascite — come del resto era da aspettarsi — non ha influito affatto sui limiti dello scarto probabile (1) là, dove, nonostante la diminuzione della natalità la cifra dei nati costituiva pur sempre un grande numero; e anche là, dove i numeri erano più piccoli, la distanza tra i rapporti-limite è cresciuta solo di poco. I rapporti osservati dei nati vivi e del complesso dei nati, sorpassano quasi dovunque (eccettuate l'Irlanda e nel 1918 la Scozia), dal 1916 in poi, il limite superiore dello scarto probabile. Questo aumento continuato e piuttosto notevole del rapporto negli anni di guerra — data la stabilità quasi perfetta delle serie dei rapporti dei sessi nelle nascite, constatate in passato da molti autori (2), stabilità che giustificava l'ipotesi di una probabilità costante delle nascite maschili e femminili entro certi limiti di tempo e di spazio — è quindi da ascriversi unicamente all'entrata in azione di una causa nuova e perturbatrice della fissità del rapporto, causa questa che dev'esser messa in relazione col fenomeno della guerra.

(1) I rapporti-limite si sono calcolati, arrotondando l'ultima cifra; e l'influenza della diminuzione dei nati vivi e del complesso dei nati nell'Impero germanico, in Inghilterra ecc., sarebbe risentita appena dalla quinta cifra dei rapporti-limite, ciò che per i nostri scopi è del tutto trascurabile.

(2) Intorno alla stabilità del rapporto dei sessi cfr. BENINI, l. c. pag. 226, e GINI, l. c. pag. 76-136, dove la questione è profondamente e minuziosamente studiata.

In quanto ai nati morti, nell'Impero Germanico e in Prussia, il rapporto osservato negli anni di guerra è quasi sempre minore del limite inferiore dello scarto probabile, salvo nell'anno 1916 in cui però poco vi si scosta.

Anche questa analisi più rigorosa delle variazioni del rapporto dei sessi durante il periodo della guerra — fatta in base a una applicazione del calcolo di probabilità, tenendo conto della diminuzione delle nascite — viene a confermare pienamente le considerazioni che si sono svolte dianzi, e precisamente:

1) Il rapporto per i nati vivi e per il complesso dei nati, è aumentato, superando sempre e notevolmente il limite dello scarto probabile, soltanto negli Stati veramente belligeranti e non p. e. in Irlanda;

2) L'aumento reale s'è iniziato nel 1916;

3) Il rapporto dei nati morti in Germania è disceso molto al di sotto del limite inferiore dello scarto probabile, ed è quindi legittimo ritenere che tale diminuzione non sia effetto di sole cause accidentali e secondarie.

Constatato che negli anni di guerra vi fu realmente un notevole incremento di nascite maschili, non imputabile a fattori accidentali, conviene ricercare in quanto la guerra, o meglio il complesso di condizioni d'ordine sociale e demografico da essa creato, abbia potuto influire sul rapporto sessuale dei nati. Anzitutto è d'uopo sbarazzare il campo da alcune ipotesi già avanzate per spiegare le relazioni intercedenti tra la guerra e l'aumento della proporzione dei nati maschi.

Delle teorie teleologiche più antiche, intorno a un meccanismo regolatore dal rapporto dei sessi nelle nascite, le quali presuppongono una *vis medicatrix naturae*, una legge di compensazione e così via, fu già fatta giustizia (1), nè vale la pena di occuparsene poichè, mancando di ogni base scientifica, non sono nè sperimentalmente, nè logicamente controllabili.

Recentemente fu tratta dall'oblio e rimessa in onore l'idea del Ploss, che, quando l'alimentazione è deficiente, eccede nelle nascite il sesso maschile, tanto che questo fu chiamato *il sesso della fame*. L'aumento delle nascite maschili durante la guerra sarebbe quindi

(1) Cfr. GINI, l. c. pag. 331-370, dove si dimostra che le teorie di OETTINGEN e di DÜSING intorno a un meccanismo regolatore del sesso sono « assolutamente infondate » pag. 336.

dovuto agli stenti e alle privazioni imposti ai popoli belligeranti. A questa ipotesi sembra attenersi lo STEVENSON (1), il quale traccia un diagramma del livello dei prezzi e del rapporto dei sessi alla nascita per gli anni 1876-1919 da cui risulta uno stretto parallelismo tra l'andamento delle due curve. « *Prices, of course, have such bearing upon the physical conditions of the population that it is quite conceivable that their fluctuations have entailed corresponding changes in some of the factors influencing sex ratio, whatever these may be. Presumably the coincidence of the great increases during 1916-1919, both in prices and in the proportion of male births, is more than accidental, as we know that the war accounts for the former and must suspect it of being in some way responsible for the latter* ». Così scrive lo STEVENSON, concludendo che si limita a richiamare l'attenzione degli studiosi sul fatto, senza voler discutere la questione dell'influenza dei prezzi sulle condizioni biologiche.

Già il GINI (2) aveva dimostrato che la quantità di nutrimento non esercita nessuna influenza sul sesso dei nati, e che la grossolana correlazione, osservata talvolta tra la percentuale dei maschi e il prezzo del grano dell'anno precedente, non può essere una relazione di causalità, « poichè il rapporto dei sessi, che non è influenzato dalle carestie, tanto meno può esserlo dalle oscillazioni del mercato annonario », ma solo di concomitanza. Il parallelismo riscontrato dallo STEVENSON nulla significa, perchè il vertiginoso aumento dei prezzi negli anni 1916-1919 non fu causato da una adeguata rarefazione della offerta di prodotti alimentari, ma, in massima parte, dalla svalutazione del medio circolante, dovuta alle continue emissioni di carta-moneta. Sarebbe quindi stato più corretto e proficuo indagare se in quegli anni vi sia stato una relazione indiretta tra consumi e proporzione dei maschi alle nascite. Ma, anche per tal via, è probabile che non si sarebbe potuto giungere ad alcun risultato, poichè è notorio che i redditi di vastissime categorie della popolazione inglese aumentarono circa di pari passo con i prezzi, sicchè lo *standard of life* non ebbe a subire delle gravi depressioni.

Ora, se mai, anche secondo coloro che accettano la teoria delle carestie, ci vuol proprio *la fame* perchè aumenti l'eccedenza dei

(1) *Eighty-second Annual Report of the Registrar-General of Births, Deaths, and Marriages in England and Wales, 1919, pag. XXXI.*

(2) Cfr. l. c. pag. 235 e segg.

maschi. Furono le sofferenze della popolazione inglese tanto grandi da giustificare l'ipotesi della fame? Non sembra. Anzi il MALLET (1), nel discorso presidenziale dianzi ricordato, constatando la situazione relativamente buona dell'Inghilterra dal punto di vista demografico, asseriva ch'essa era da attribuirsi anzitutto « *to the generally diffused well-being produced by constant employment and high wages which lavish outpouring of public money has made possible* ». Come si può parlar di fame quando il benessere è diffuso, gli operai sono occupati e i salari sono alti? Se il roseo quadro, che il MALLET ci fa della vita inglese, corrisponde alla realtà, sarebbe da aspettarsi che gli inglesi invece dei quattro pasti giornalieri, che fanno normalmente, ne abbiano presi durante la guerra otto. Del resto anche il DE JASTRZEBSKI, nel suo articolo, nega reciprocamente, almeno per quanto concerne l'Inghilterra, la veridicità della ipotesi della fame.

Un'altra spiegazione fu affacciata da Sir SHIRLEY MURPHY, nella discussione che seguì al discorso del MALLET, e precisamente: che la causa dell'aumento nella proporzione dei nati maschi poteva, tra altro, ricercarsi nel fatto che i primogeniti sono con maggiore frequenza maschi che femmine, e che la percentuale dei primogeniti tra i nati fu durante la guerra più elevata che in tempi normali (2). Da un punto di vista generale non mi pare che si possa dire che la guerra abbia prodotto un aumento di nascite di primogeniti. Ritengo invece che abbia avuto un effetto del tutto contrario, e ciò per due motivi: *a*) per la fortissima diminuzione verificatasi nella nuzialità (p. e. in Francia e in Germania) diminuzione che fu circa in media del 50 % in confronto alle annate di pace; *b*) per la mancata proliferazione di molte coppie matrimoniali di recente formazione in causa delle improvvise chiamate sotto le armi di un notevole numero di giovani mariti subito dopo la celebrazione delle nozze (3). Alcuni dati concernenti le nascite legittime nella città di Berlino confermano (4), almeno per il periodo 1915-1917, la mia ipotesi (vedi pag. 155).

(1) Cfr. l. c. pag. 32.

(2) Cfr. « Journal of the Royal Statistical Society », Gennaio 1918, pag. 37.

(3) Cfr. il mio articolo in « Metron », dianzi citato, in cui la questione è già stata studiata.

(4) I dati riportati nel prospetto sono desunti da un articolo del Dott. HANS GURADZE, *Die Wirkungen des Weltkrieges auf die deutsche Bevölkerungsentwicklung*, in « Zeitschrift für Sexualwissenschaft », Aprile 1919, pag. 5.

A Berlino vi fu dunque negli anni di guerra una sensibile diminuzione della frazione di primogeniti, e soltanto nel 1918 si nota un aumento in confronto al 1913-1914, che il GURADZE attribuisce ai matrimoni recenti, mettendo in dubbio però che possa mantenersi allo stesso livello negli anni successivi in causa della situazione economica generalmente sfavorevole.

Per quanto riguarda l'Inghilterra nulla ci consta intorno alle oscillazioni della percentuale di primogeniti. Potrebbe darsi, però,

Anni	Percentuale di primogeniti tra i nati vivi legittimi
1913	36,70
1914	36,99
1915	33,37
1916	33,08
1917	36,05
1918	41,13

che l'aumento notevole del numero di matrimoni nel 1915 (1914 matrimoni 294.000, 1915 matrimoni 361.000), provocato dal sistema di arruolamento di Lord Derby, secondo il quale solo i celibi venivano chiamati alle armi (1), e la lenta diminuzione della nuzialità nel 1916-1917 (1916 matr. 280.000, 1917 matr. 258.000), abbiano prodotto nella frazione di nati primogeniti delle variazioni diverse da quelle riscontrate a Berlino. In ogni modo, pur ammettendo che la mascolinità sia più elevata tra i primogeniti — il che non è ancora pienamente provato — e che la percentuale di primogeniti sia raddoppiata in Inghilterra durante gli anni di guerra — il che sarebbe molto esagerato — il rapporto dei sessi alla nascita dovrebbe esser cresciuto, secondo il DE JASTRZEBSKI, tutt'al più di una unità.

Possiamo quindi concludere tranquillamente che anche l'ipotesi dell'aumento dei nati primogeniti è del tutto infondata, e cercare altrove la spiegazione dell'aumento del rapporto dei sessi durante la guerra.

(1) Cfr. FRANCO SAVORGNAN, *L'influence de la guerre sur le mouvement naturel de la population*, in « Scientia », Maggio 1919.

Per giudicare della proporzione dei sessi e delle sue eventuali variazioni, non basta sapere quale sia il rapporto sessuale dei nati vivi e del complesso dei nati vivi e morti, ma sarebbe d'uopo conoscere anche quello di tutti i concepiti. In ciò convengono tanto gli statistici che i biologi (1).

Per quanto riguarda la specie umana si sa che prima della nascita ha luogo una vera e propria eliminazione selettiva del sesso maschile. Tra i nati morti i maschi sono molto più numerosi che tra i nati vivi (circa 130 per 100 femmine); e tra gli aborti il rapporto cresce molto di più. Quantunque le notizie intorno al sesso degli aborti siano scarse e frammentarie — e ciò non solo per la mancanza di rilevazioni statistiche estese nel tempo e nello spazio, ma anche perchè la determinazione del sesso negli aborti si può fare macroscopicamente soltanto a partire dal terzo mese — pure s'è ormai universalmente accettata la proporzione di 160 maschi per 100 femmine (2). Quindi l'eccedenza dei maschi nei concepimenti dev'esser superiore a quella nelle nascite. Già il BERNOUILLI lo aveva riconosciuto nel 1841, proponendo per i concepimenti un rapporto di 108,2; il PRINZING poi, in base a dati più numerosi e più attendibili elevava codesto rapporto a 110 maschi per 100 femmine (3).

Ora, se, per un qualsiasi concorso di circostanze, la selezione prenatale diventa meno intensa, vale a dire se un numero maggiore di frutti giunge a maturità, è ovvio che il rapporto sessuale dei nati vivi e del complesso dei nati si sposterà a favore dei maschi, che vengono concepiti con frequenza molto maggiore di quella delle femmine.

Ciò premesso, conviene esaminare se la perturbazione, arrecata dalla guerra alle condizioni normali della procreazione antebellica, abbia influito nel senso di attenuare l'eliminazione prenatale in genere e quella dei maschi in ispecie. Se si potesse — non dico

(1) Così p. e. il biologo RICHARD GOLDSCHMIDT, *Mechanismus und Physiologie der Geschlechtsbestimmung*, Berlino, 1920, scrive: « Es ist selbstverständlich dass irgend welche Schlüsse aus einem Zahlenverhältniss nur gezogen werden können, wenn das Schicksal sämtlicher befruchteter Eier bekannt ist », pag. 243.

(2) Il PRINZING l. c. pag. 41, sommando insieme dati desunti da varie fonti (in tutto 24.300 aborti), fissa il rapporto dei sessi negli aborti a 162,1 maschi per 100 femmine. Anche il GOLDSCHMIDT, nel lavoro dianzi citato, accoglie questo rapporto.

(3) l. c. pag. 79.

dimostrare tale ipotesi — ma almeno trovare degli indizi che la avvalorino, l'aumento nella proporzione delle nascite maschili durante la guerra troverebbe una spiegazione molto più semplice e logica di quelle sinora proposte.

S'è già rilevato come la guerra abbia creato nei paesi belligeranti un complesso di condizioni demografiche (assenza prolungata dei mariti, rarefazione dei nuovi matrimoni, restrizione volontaria della prole, diffusione dell'allattamento materno etc.), per cui risultò allungato l'intervallo tra un parto e l'altro, e come questo effetto dilatorio sulla successione dei parti abbia esercitato una influenza favorevole sull'andamento della gravidanza e sulla vitalità dei nascituri, consentendo all'organismo materno un tempo più lungo per riaversi dai travagli della precedente gestazione. Questo, come s'è visto, è stato certamente uno dei fattori — e forse il principale — che ha, sino a un certo punto, compensato durante la guerra l'azione delle cause di maggior natimortalità. E sotto questo aspetto ha giovato di più ai maschi, più esigenti o meno vitali, che dir si voglia, che alle femmine. Quantunque le nostre cognizioni intorno alle vere cause della natimortalità e dell'aborto siano tuttora scarse e incerte, pure sembra verosimile — ed è anche generalmente ammesso — che le malattie materne, che producono la natimortalità, sono le stesse che provocano l'aborto (1). Se la prolungazione dell'intervallo tra un parto e l'altro servì ad attenuare la natimortalità, a maggior ragione, devesi ritenere che abbia operato a diminuire il numero degli aborti (2). Ne viene di conseguenza che, se la frequenza degli aborti fu per questo motivo minore negli anni di guerra, l'eccedenza dei maschi nelle nascite dovette avvicinarsi sempre più a quella cifra di 110, segnata dal rapporto sessuale dei concepimenti. Si aggiunga inoltre che — risultando dalle precedenti indagini sulla natimortalità in Germania che,

(1) Cfr. in proposito PRINZING l. c. pag. 48 e seg.

(2) Poichè nella letteratura mancano dei dati concreti intorno all'influenza che il prolungamento dell'intervallo tra due parti successivi può avere sugli aborti, ho interpellato in proposito il prof. EMILIO ALFIERI, direttore della Clinica ostetrico-ginecologica della R. Università di Pavia, il quale con cortese premura, di cui gli sono grato, rispose alla questione da me posta così: « essere cognizione comune che l'interruzione abortiva non è rara quando il concepimento avviene durante l'allattamento, ed anche il fatto, accertato pure dallo STRASSMANN e dal VIANA, che il breve intervallo dalla gravidanza precedente predispone all'inserzione dell'uovo sul segmento inferiore dell'utero, che è pure condizione favorevole al distacco dell'uovo, e quindi all'interruzione abortiva ».

dal prolungamento dell'intervallo tra due parti, i maschi ritrassero un maggior beneficio — è lecito congetturare che lo stesso si sia verificato per gli aborti. Donde un'altra ragione per la quale il rapporto è aumentato negli anni di guerra.

Per queste considerazioni mi sembra che la causa dell'aumento delle nascite maschili durante la guerra sia da ricercarsi nel fatto che — per la diminuzione degli aborti in genere e dei maschili in ispecie, dovuta all'azione benefica esercitata sull'organismo materno dal protrarsi dell'intervallo tra due parti successivi — il rapporto sessuale delle nascite tendeva a raggiungere il limite del rapporto sessuale dei concepimenti.

A conferma della veridicità di questa ipotesi, valgano le seguenti osservazioni:

1) Il rapporto aumenta soltanto là dove, in seguito alla mobilitazione generale e all'assenza prolungata dei procreatori, crebbe l'intervallo tra i parti, e non nei paesi neutrali nè in Irlanda, dove non v'era motivo che quell'intervallo si allungasse;

2) L'aumento del rapporto non s'inizia subito nel primo anno di guerra, ma appena nel 1916, cioè solo quando incominciano a manifestarsi gli effetti benefici del prolungamento dell'intervallo tra i parti sugli aborti;

3) Dopo il 1916 il rapporto ha generalmente una tendenza a crescere, attingendo il *maximum* nell'ultima annata considerata, appunto perchè, col perdurare della guerra, l'intervallo tra due parti diventa sempre più lungo;

4) Il rapporto sessuale dei nati morti è diminuito negli anni di guerra, perchè la frequenza relativa della natimortalità femminile è stata più elevata che in tempo di pace, mentre quella maschile è rimasta pressochè costante. Il prolungamento dell'intervallo tra due parti gioverebbe quindi, a quanto pare, più alla vitalità dei maschi che a quella delle femmine.

Queste osservazioni non hanno naturalmente che un valore indiziario e ristretto ai due soli paesi, Germania e Inghilterra, a cui si riferiscono. Converrà pertanto controllarle, quando si po-

tranno avere anche i dati degli altri Stati belligeranti per tutto il periodo della guerra (1).

(1) Dopo scritta questa memoria mi pervennero ancora alcuni dati che si riferiscono all'Italia, alla Finlandia ed al Portogallo.

ITALIA			
Nati maschi per 1000 femmine			
Anni	Vivi	Morti	Vivi e morti
1917	1060	1252	1067
1918	1053	1233	1062
1919	1053	1284	1063

I rapporti per il 1917 furono calcolati in base ai dati cortesemente comunicatimi dal Comm. ASCHIERI, direttore dell'Ufficio centrale di statistica, quelli per il 1918 e 1919 in base ai dati contenuti nella pubblicazione del Ministero per il lavoro e la previdenza sociale *Movimento della popolazione negli anni 1918 e 1919*, Roma 1921. Nel 1917 il rapporto per i nati vivi e per il complesso dei nati è superiore a tutti i rapporti dal 1906 in poi, nel 1918 e 1919 il rapporto è invece normale; in quanto ai nati morti nel 1917 e 1918 il rapporto è inferiore a quelli delle annate precedenti.

FINLANDIA			
Nati maschi per 1000 femmine			
Anni	Vivi	Morti	Vivi e morti
1906	1057	1343	1063
1907	1053	1308	1058
1908	1064	1206	1067
1909	1056	1256	1060
1910	1055	1244	1060
1911	1075	1254	1079
1912	1062	1221	1066
1913	1063	1231	1072
1914	1058	1317	1064
1915	1059	1281	1064
1916	1057	1314	1063
1917	1061	1358	1068

L'ipotesi dianzi formulata — mentre spiega molto pianamente e senza ricorrere a enunciazioni azzardate e fantastiche intorno alle determinazione del sesso, la ragione dell'aumento del rapporto negli anni del conflitto — mostra come la relazione tra la guerra e l'accrescimento delle nascite maschili sia soltanto indiretta, in quanto la situazione creata dalla guerra rispetto alla proliferazione ha prodotto un allungamento dell'intervallo tra un parto e l'altro. Quindi, non la guerra soltanto, ma qualunque altro fenomeno, che venisse ad alterare improvvisamente nello stesso senso lo stato normale delle relazioni sessuali e della generazione, determinerebbe effetti analoghi, vale a dire un aumento di mascolinità nelle nascite.

Cagliari R. Università.

I rapporti per il 1916 e 1917 furono desunti dall'Annuario statistico della Finlandia. Nè il rapporto per i nati vivi, nè quello per il complesso dei nati segnano degli aumenti negli anni di guerra.

PORTOGALLO			
Nati maschi per 1000 femmine			
Anni	Vivi	Morti	Vivi e morti
1906	1073	1526	1078
1907	1087	1378	1091
1908	1069	1511	1074
1909	1059	1536	1064
1910	1075	1470	1079
1911	1047	1327	1052
1912	1045	1336	1054
1913	—	—	—
1914	1052	1215	1058
1915	1055	1305	1064
1916	1056	1320	1066
1917	1056	1247	1064
1918	1067	1296	1076
1919	1059	1289	1068

I dati per gli anni 1914-1919, in base ai quali furono calcolati i rapporti, mi furono gentilmente trasmessi dal Prof. CORRADO GINI. Negli anni di guerra i rapporti non presentano nulla di anormale. Però la rilevazione delle nascite dev'essere in Portogallo alquanto manchevole, e i dati mi sembrano pertanto poco attendibili. A dimostrarlo basterà citare le seguenti cifre: nel 1910 i nati vivi furono 186.953 e i nati-morti 2732 — e circa la stessa proporzione si riscontra negli anni antecedenti — mentre nel 1914 i nati vivi furono 193.942 e i nati-morti 8186 — e circa la stessa proporzione si riscontra negli anni successivi.

Per quanto riguarda la Finlandia e il Portogallo conviene tener presente che si tratta di Stati, che sono belligeranti più di nome che di fatto.

Un' inchiesta sui bilanci di famiglie borghesi

1. — Ho pensato di portare un primo contributo statistico allo studio delle modificazioni intervenute nelle condizioni della borghesia, ricercando, per uno stesso gruppo di famiglie, le spese sostenute nel 1914, ultimo anno normale, con quelle sostenute nel 1920, che è lecito sperare sia stato l'anno in cui la crisi economica abbia raggiunto il colmo della sua fase ascendente.

Espongo qui appresso i risultati di questa mia inchiesta, non senza un certo compiacimento, il quale mi deriva dal fatto di aver condotto a termine da solo una impresa che mi pareva sproporzionata alle mie forze, e di aver ricavato delle cifre sufficientemente esatte, di cui ogni cultore di questo genere di studi deve aver lamentato la mancanza.

Molte notizie si hanno infatti sul rincaro di tutti i generi di consumo ed anche sulle ripercussioni di questo rincaro nei bilanci di famiglie operaie, ma quello che accadeva nelle tranquille mura abitate da borghesi, non ha finora attratto molto l'attenzione dei pubblici uffici, nè ha attratto quella dei nostri studiosi, portati, per quella generosità che è dote della scienza, a studiare più i mali degli altri che quelli propri.

È risaputo come in indagini di questo genere, sia ben difficile raccogliere un materiale esatto. Le pubbliche autorità sembrano le meno atte per simili ricerche, giacchè, per il sospetto di un recondito scopo fiscale in tutte le inchieste che provengono da esse, o per la naturale tendenza a fare apparire più compassionevoli le proprie condizioni, le risposte sono destinate ad essere non troppo sincere.

Ma anche quando l'inchiesta è compiuta da un privato, se egli non sa bene predisporre il terreno, non diminuisce molto la proba-

bilità di risposte erronee. Infatti egli incorre nel pericolo di raccogliere notizie più rosee del vero, per il comprensibile ritegno degli interrogati a svelare ad estranei le proprie miserie; come pure può darsi che l'interrogato, intuito lo scopo dell'indagine e fattolo proprio, accentui con risposte non sincere, quelle restrizioni o quelle lamentate condizioni che l'interrogante si prefiggeva di rilevare.

Se, nonostante queste gravi difficoltà, ritengo di aver raccolto delle cifre esatte, è perchè posi ogni accorgimento nella eliminazione di questi ostacoli, scegliendo con cura le persone da interpellare, inviando il questionario a persone che presumibilmente avessero la consuetudine di registrare le loro spese, facendo loro comprendere la necessità di una risposta sincera, facendo mantenere l'anonimo nella risposta ed infine sottoponendo ad una critica preliminare le risposte avute, per scartare quelle troppo grossolane o anche parzialmente alterate, cosa non difficile a scoprirsi da chi abbia un po' di familiarità con le cifre.

2. — La mia inchiesta riguarda l'elemento della borghesia più scelto dal punto di vista intellettuale. Nelle risposte che ho elaborato, credo abbiano la preponderanza quelle di alti impiegati, di professori universitari o di scuole medie e di colti professionisti.

La scheda a stampa che distribuii conteneva due prospetti, il primo atto a raccogliere le spese annue del 1914 e del 1920 per venticinque voci (1), il secondo il numero delle persone della famiglia, compresi i servitori, distinte per sesso e per età (espressa questa in tre grandi classi: individui sotto i 5 anni; di 5-15 anni; e di 15 anni e più).

Le schede distribuite furono 207, le risposte avute 72, ma dovetti scartarne 21 perchè incomplete o perchè mi parvero troppo grossolane o errate. Le altre 51 sono certamente sincere ed esatte; molte, compilate da persone che tenevano in ordine i loro conti, portano le cifre fino al centesimo.

Questi bilanci descrivono il regime di vita di quasi trecento persone appartenenti, come dicevo, al ceto più colto della nostra

(1) Nella successiva elaborazione ne ho riunite insieme qualcuna: ho fuso la spesa per il medico con quella per le medicine, la spesa per i trasporti su tramvie, con quella per altri trasporti e le tasse scolastiche con la spesa per istruzione, giornali ecc. Inoltre ho escluso dai bilanci le imposte di ricchezza mobile e sui terreni e fabbricati, che erano specificate nella scheda.

popolazione. La loro distribuzione per sesso e per età era la seguente:

Età (anni)	1914			1920		
	Maschi	Femmine	Totale	Maschi	Femmine	Totale
0 — 5	11	6	17	7	6	13
5 — 15	16	19	35	17	11	28
oltre 15	89	143	232	88	149	237
Totale	116	168	284	112	166	278

La spesa complessiva del 1914 fu di L. 443.578; quella del 1920 di L. 1.126.202.

In quanto al luogo di provenienza delle risposte, dirò che ne ebbi 14 da Roma, 12 da Firenze, 12 da Modena, 6 da Genova, 4 da Reggio Emilia, ed una da Milano, da Padova e da Catania.

Il materiale che ho raccolto mi pare dunque abbastanza vasto e convenientemente distribuito nelle varie parti del Regno. Il gruppo di famiglie studiato è certamente, anche per condizioni economiche, al di sopra del comune livello della borghesia presa nel suo insieme. Infatti la spesa media per famiglia risultò nel 1914 di L. 8698 e nel 1920 di L. 22.082 (escluse le imposte governative), e, tenendo conto della normale retribuzione del lavoro intellettuale a queste due date diverse, tali cifre mi sembrano sensibilmente superiori a quelle che si riscontrerebbero nella gran massa dei borghesi. Per di più, dodici delle famiglie osservate pagavano imposte per terreni o fabbricati; è chiaro dunque che la mia inchiesta riguarda un elemento che prima della guerra poteva dirsi in floride condizioni economiche.

3. — Date così le prime generiche informazioni sul materiale raccolto, passerò a dire qualcosa del metodo seguito nella successiva elaborazione.

Per poter confrontare i bilanci per gruppi o tempi diversi, ho calcolato, secondo il sistema in uso, la spesa sostenuta per unità di consumo, la qual somma si ottiene esprimendo il numero dei membri con un coefficiente d'importanza variabile secondo l'età

ed il sesso e dividendo la spesa sostenuta per la somma di questi coefficienti. Il maschio adulto viene ragguagliato all'unità, alle femmine adulte, è attribuito un coefficiente un poco più basso, e per gli adolescenti ed i fanciulli, il coefficiente viene ridotto in proporzione dell'età.

Tra gli studiosi vi è però una notevole discordanza nella attribuzione di questi coefficienti (1); per conto mio ho preferito seguire più da vicino la scala di misura adottata nell'ottimo lavoro del RUBIN, anche perchè mi parve adattarsi meglio a consumi diversi da quelli alimentari. Ho così fissato come unità di consumo il maschio in età superiore ai 15 anni, ho attribuito un coefficiente di 0,8 alle femmine di pari età; e, senza far distinzione del sesso, un coefficiente di 0,5 ai ragazzi dai 5 ai 15 anni e di 0.35 a quelli in età inferiore ai 5 anni.

Poichè è interessante conoscere le modificazioni intervenute nei consumi di queste famiglie a seconda della loro maggiore o minore floridità economica, ho cominciato col raggruppare i bilanci del 1920 in cinque gruppi, secondo la spesa annua incontrata per unità di consumo, escludendo però dal computo le persone di servizio. Ho perciò diviso la spesa complessiva di ciascun bilancio per il numero delle unità, calcolato sui soli membri appartenenti alla famiglia del capo di casa (2). Per brevità chiamerò queste unità: *unità padronali di consumo*.

Ecco le caratteristiche generali di questi cinque gruppi quali risultarono nel 1920 e nel 1914.

(1) Il RUBIN, nel suo studio *Consommation de familles d'ouvriers danois* (« Bull. de l'Inst. Int. de Statistique » Tome XIII 3.me livr. pag. 27) ha adottato dei coefficienti che variano per ogni anno d'età fino al 18° anno, avendo fissato come unità il maschio in età superiore ai 18 anni; ne riporto qui qualcuno: pei maschi di 1 anno: 0.22, di 5 anni: 0.43, di 15 anni: 0.74, di 18 anni: 0.82. Per le femmine i coefficienti sono ridotti di $\frac{1}{5}$.

L'ATWATER (mantenendo come unità il maschio adulto) ha più grossolanamente applicato i seguenti coefficienti: per la femmina adulta: 0.80; per un ragazzo (maschio o femmina) di 10-15 anni: 0.70; idem sotto i 10 anni 0.50 (vedi *Le variazioni dei salari*, ecc. Pubblic. dell'Ufficio Comunale del Lavoro di Milano. 2ª Edizione, pag. 44).

La Commissione scientifica interalleata per l'alimentazione, adottò invece coefficienti più elevati. Eccoli:

Maschio oltre i 14 anni	1.—
Femmina oltre i 10 anni.	0.83
Maschio da 10-14 anni	0.83
Fanciulli e fanciulle di 6-10 anni	0.70
» » » fino a 6 anni	0.50

(2) Devo confessare che nella compilazione della scheda ero incorso in una grave omissione che fortunatamente ho potuto riparare. Non mi ero curato, cioè, di far tenere distinti i domestici nelle risposte relative al

TABELLA I.

Bilanci in cui nel 1920 la spesa per unità padronale era												
	A inferiore a L. 4000 (7 bilanci)		B tra L. 4000 e 6000 (19 bilanci)		C tra L. 6000 e 8000 (15 bilanci)		D tra L. 8000 e 10000 (6 bilanci)		E oltre Lire 10000 (4 bilanci)		In complesso	
	1914	1920	1914	1920	1914	1920	1914	1920	1914	1920	1914	1920
Numero dei membri . . .	47	45	107	105	72	73	36	32	22	23	284	278
» dei padroni . . .	43	43	92	90	57	58	27	23	14	14	233	228
di cui maschi adulti . . .	15	18	34	30	20	21	14	13	6	6	89	88
Numero dei servitori . . .	4	2	15	15	15	15	9	9	8	9	51	50
» delle unità padronali	32.75	35.75	73.50	70.65	45.70	46.85	22.90	21.00	11.20	11.50	186.05	185.75
Spesa media per famiglia. L.	6766.13	45895.12	7149.33	48092.95	8410.46	21496.47	13155.50	37968.80	43821.90	39719.74	8697.60	22082.37
Id. per unità padronale . L.	1446.20	3112.33	1848.13	4865.76	2760.55	6882.54	3534.19	9040.19	4936.39	43815.56	2384.19	6063.00

Le famiglie raccolte nei gruppi *D* ed *E*, che erano in grado di sopportare, nel 1914, una spesa annua superiore alle 13.000 lire, e che erano quasi tutte provviste di due persone di servizio, vivevano certo nella più larga agiatezza ed in condizioni proprie ad una piccolissima frazione della borghesia. Pure al disopra del comune livello mi paiono i 15 bilanci del gruppo *C*; mentre i primi due gruppi, e forse più il primo che il secondo, sembrano rispecchiare le condizioni della gran massa degli individui appartenenti alla classe media.

Se le cifre che ho raccolto potranno mostrare nelle successive elaborazioni le modificazioni intervenute nei consumi dal 1914 al 1920, non potranno del pari fornire una precisa idea del sacrificio economico sostenuto da queste famiglie, poichè manca nei bilanci l'indicazione dell'attivo; e se è supponibile che nel 1914 le entrate compensassero le uscite o che queste lasciassero anche un piccolo margine per il risparmio, è sicuro che nel 1920 questo margine era quasi dovunque scomparso e che anzi buon numero dei bilanci considerati doveva chiudersi in spareggio. La elevatezza della spesa media sostenuta dalle famiglie dei primi due gruppi in confronto alle attuali retribuzioni del lavoro intellettuale, avvalora questa supposizione.

4. — Ma è tempo ch'io venga alla esposizione dei risultati.

Nelle seguenti tabelle sono riportate le spese sostenute per le varie voci di consumo, separatamente per i cinque gruppi e per il complesso delle famiglie osservate. Sono cifre che non hanno grande interesse e che riporto per non sottrarmi agli eventuali riscontri. Mi limito quindi a richiamare l'attenzione del lettore sulle percentuali riportate a fianco delle cifre assolute, ed in particolare sulla percentuale della spesa per il vitto. La proporzione di questa spesa è considerata come un indice di floridità dei bilanci, ritenendosi questi tanto più meschini quanto più grande è la detta proporzione. E poichè dal 1914 al 1920 questo incremento è assai forte in tutti e cinque i gruppi considerati, si ha

numero, età e sesso dei componenti la famiglia. Tale distinzione era indispensabile per la successiva elaborazione dei risultati. Ho potuto riparare a questo grave difetto della scheda, non solo perchè una buona parte di interrogati di sua iniziativa pose in nota il numero dei servitori, ma perchè potei facilmente desumere l'esistenza ed il numero di questi dalla somma spesa per il salario ai domestici. Quanto all'età ed al sesso non ho di certo errato (o se errore c'è, questo è lievissimo) nel considerarli tutti come femmine adulte.

TABELLA II.

Anmontare delle spese nel 1920

Consumi	Famiglie in cui il consumo per unità padronale era												In complesso	
	A		B		C		D		E					
	inferiore a L. 4000		tra L. 4000 e 6000		tra L. 6000 e 8000		tra L. 8000 e 10000		oltre L. 10000					
	Lire	%	Lire	%	Lire	%	Lire	%	Lire	%	Lire	%		
1 Pane	5247 20	4.7	10626 15	3.1	8092 75	2.5	3911 —	2.1	2490 —	1.6	30367 10	2.7		
2 Vino	6057 —	5.4	20233 70	5.9	14143 —	4.4	8790 —	4.6	5250 —	3.3	54473 70	4.8		
3 Caffè	2248 20	2.0	6004 30	1.7	5735 —	1.8	2196 —	1.2	1890 —	1.2	48073 50	1.6		
4 Zucchero	2130 —	1.9	4936 55	1.4	4049 50	1.3	1668 —	0.9	1250 —	0.8	14034 05	1.2		
5 Altri alimenti	44391 35	39.9	143211 77	41.7	106572 —	33.1	56668 —	29.8	41894 60	26.3	392737 72	34.9		
4-5 Totale vitto	60073 75	54.0	185012 47	53.8	138592 25	43.0	73233 —	38.6	52774 60	33.2	509686 07	45.3		
6 Illumin. e riscald. (1)	4772 —	4.3	19812 27	5.8	14311 95	4.4	6422 —	3.4	13470 —	8.5	58788 22	5.2		
7 Alloggio	8965 —	8.1	24172 —	7.0	22612 —	7.0	13359 —	7.0	9815 —	6.2	78923 —	7.0		
8 Mobili ed utensili. . .	3460 —	3.1	7812 50	2.3	6038 —	1.9	6677 —	3.5	5006 —	3.2	28993 50	2.6		
9 Lavanderia (2)	3690 —	3.3	11095 80	3.2	10922 —	3.4	4767 —	2.5	4442 95	2.8	34917 75	3.1		
10 Vestiario (3).	10610 —	9.5	34287 15	10.0	59016 —	18.3	30878 —	16.3	24990 —	15.7	159781 15	14.2		
11 Medico e medicine . .	4546 —	1.4	5868 50	1.7	8253 —	2.6	3064 —	1.6	1150 —	0.7	19881 50	1.8		
12 Trasporti.	2504 —	2.3	8140 35	2.4	8564 —	2.7	5460 —	2.9	5654 40	3.6	30322 75	2.7		
13 Istruzione (4)	5377 —	4.8	7856 65	2.3	12464 —	3.9	11368 —	6.0	3875 —	2.4	40940 65	3.6		
14 Ricreazioni (5). . . .	3075 —	2.8	13462 40	3.9	10850 —	3.4	9320 —	4.9	17220 —	10.8	53927 40	4.8		
15 Tabacco	750 —	0.7	4876 —	1.4	6353 —	2.0	5036 —	2.7	1540 —	1.0	18555 —	1.6		
16 Salario domestici . . .	2600 —	2.3	9864 —	2.9	12075 —	3.7	6036 —	3.2	9950 —	6.3	40525 —	3.6		
17 Altre spese	3115 —	2.8	8671 45	2.5	9496 —	2.9	12459 —	6.6	6500 —	4.1	40241 45	3.6		
18 Tasse (6).	728 10	0.7	2834 65	0.8	2899 80	0.9	1765 —	0.9	2491 —	1.6	10718 55	0.9		
Totale	111265 85	100	343766 19	100	322447 —	100	189844 —	100	458878 95	100	1126201 99	100		

(1) Compreso il combustibile (2) e pulizia personale (3) e biancheria (4) compresi libri, giornali, corrispondenza, tasse scolastiche (5) compresa la maggiore spesa per la villeggiatura (6) Tassa di famiglia, domestici, pianoforti ed altre comunali.

(1) Compreso il combustibile (2) e pulizia personale (3) e biancheria (4) compresi libri, giornali, corrispondenza, tasse scolastiche (5) compresa la maggiore spesa per la villeggiatura (6) Tassa di famiglia, domestici, pianoforti ed altre comunali.

TABELLA III.

Ammontare delle spese nel 1914

Consumi	Famiglie in cui nel 1920 il consumo per unità padronale era										In complesso	
	A inferiore a L. 4000		B tra L. 4000 e 6000		C tra L. 6000 e 8000		D tra L. 8000 e 10000		E super. a L. 10000			
	Lire	%	Lire	%	Lire	%	Lire	%	Lire	%	Lire	%
1 Pane	2566	5.4	5418 97	4.0	4237 60	3.4	1935	2.5	4190	—	45347 57	3.5
2 Vino	2068 50	4.4	5829 45	4.3	3662	2.9	2257	2.9	1185	—	15001 95	3.4
3 Caffè	523 50	1.1	1409 73	1.0	1309 30	1.0	584	0.7	415	—	4241 53	1.0
4 Zucchero	660 85	1.4	1561 31	1.1	1285 50	1.0	527	0.7	405	—	4439 66	1.0
5 Altri alimenti	15390 75	32.5	42132 92	31.0	36888 50	29.2	17996	22.8	11943 45	21.6	124351 62	28.1
4-5 Totale vitto	21209 60	44.8	56352 38	41.5	47382 90	37.6	23299	29.5	15138 45	27.4	163382 33	36.9
6 Illumin. e riscald. (1)	1624 10	3.4	6300 11	4.6	4852 75	3.8	2594	3.3	2746 35	5.0	18117 31	4.1
7 Alloggio	6960	14.7	17111 19	12.6	16612	13.2	8750	11.1	6910	—	56343 19	12.7
8 Mobili ed utensili. . .	1620	3.4	4391 60	3.2	3969	3.1	2689	3.4	2943	—	15612 60	3.5
9 Lavanderia (2). . . .	1286	2.7	4442 89	3.3	3659	2.9	1831	2.3	1307 80	2.4	12526 69	2.8
10 Vestiario (3)	5750	12.1	13735 70	10.1	16796	13.3	10402	13.2	7770	—	54453 70	12.3
11 Medico e medicine . .	702	1.5	2322 93	1.7	2665	2.1	2475	3.1	535	—	8699 93	2.0
12 Trasporti.	1260 20	2.7	3671 31	2.7	2874	2.3	4139	5.2	1786 05	3.2	13730 56	3.1
13 Istruzione (4)	2141	4.5	7468 06	5.5	7357	5.8	7273	9.2	2158	—	26397 06	6.0
14 Ricreazioni (5). . . .	1605	3.4	7871	5.8	4900	3.9	5350	6.8	4790	—	24516	5.5
15 Tabacco	290	0.6	2203 98	1.6	1920	1.5	1878	2.4	465	—	6756 98	1.5
16 Salario domestici. . .	1280	2.7	4641 80	3.4	5070	4.0	2731	3.5	4118	—	17840 80	4.0
17 Altre spese	1469	3.1	4271 62	3.1	7083	5.6	4747	6.0	3980	—	21550 62	4.9
18 Tasse (6)	166 04	0.4	1052 75	0.8	1016 28	0.8	775	1.0	639 95	1.2	3650 02	0.8
Totale.	47362 94	100	135837 32	100	126156 93	100	78933	100	55287 60	100	443577 79	100

(1) Compreso il combustibile (2) e pulizia personale (3) e biancheria (4) compresi libri, giornali, corrispondenza, tasse scolastiche
 (5) compresa la maggiore spesa per la villeggiatura (6) Tassa di famiglia, domestici, pianoforti ed altre comunali.

già una prima impressione di un generale deperimento nelle condizioni economiche di queste famiglie borghesi.

Le poche inchieste compiute sull' Estero nei tempi anteriori alla guerra, fissavano, pei bilanci di famiglie operaie, una spesa per il vitto oscillante tra il 50 ed il 60 % della spesa totale; e più verso il 50 che verso il 60 per le famiglie operaie meno povere. Alle famiglie della media borghesia si attribuiva generalmente una proporzione non superiore al 40 %. Le diversità di abitudini esistenti tra popolazioni viventi in luoghi tanto lontani ed in ambienti tanto dissimili, mi impediscono di eseguire dei confronti. Dalle mie cifre appare che in Italia anche una proporzione del 44 % potesse considerarsi come normale per famiglie del medio ceto. Questa proporzione, nel 1920, era salita pei primi due gruppi al 54 % circa; cosicchè tali bilanci erano in quest' anno ricondotti al tipo dei bilanci di famiglie operaie; indizio questo di un disagio dei più grandi, giacchè in chi vive del lavoro intellettuale, altre spese, oltre quelle alimentari, assumono un carattere di maggiore necessità, e devono per le stesse esigenze professionali essere più forti che non fra gli operai. Tali sono le spese per la corrispondenza, i libri, l'istruzione, che sono tipici consumi della classe colta; tali sono, per tacere di altre, le spese per l'illuminazione e per l'alloggio. In tutti questi consumi, chi vive con l'esercizio di un lavoro intellettuale non potrebbe scendere sotto un certo limite senza dover rinunciare in tutto o in parte alla esplicazione della sua attività e quindi alle sue fonti di guadagno.

5. — Ma questi dati, come accennavo poc'anzi, non si prestano molto bene pei confronti a cagione delle modificazioni intervenute tra il 1914 ed il 1920 nella composizione delle famiglie ed a cagione delle differenze esistenti a questo riguardo tra i varii gruppi.

Inoltre, per la presenza dei domestici, non appare evidente quello che fu consumato dalla famiglia del capo di casa per quelle voci nelle quali sogliono concorrere anche i domestici e non appare evidente la somma che fu realmente impiegata per il servizio, la quale non consiste solo nel salario corrisposto ai servitori, ma anche nella spesa destinata al loro mantenimento.

Per eliminare l'una e l'altra causa che ostacola la paragonabilità delle cifre, occorre dividere la spesa assoluta incontrata per le diverse voci, per il numero delle unità che effettivamente parteciparono al consumo e non solo per il numero delle unità padronali.

La cosa è tutt'altro che semplice dato che le persone di servizio non concorrono in tutti i consumi, e là dove concorrono non consumano sempre in egual misura dei padroni. Essi non partecipano affatto al consumo familiare del vestiario, dell'istruzione e corrispondenza, delle ricreazioni e del tabacco. Partecipano in misura insignificante al consumo della biancheria e dei mobili concorrendo soltanto al logorio di oggetti che rimangono di proprietà della famiglia che li ospita. Concorrono in maggior misura, ma sempre meno dei padroni, nel consumo dell'illuminazione e riscaldamento, dell'alloggio, delle medicine, della lavanderia e simili, e dei trasporti e negli altri consumi imprevisi o non specificati. Invece partecipano di solito, al pari dei padroni, nel consumo dei generi alimentari.

Per dare un'idea di quello che effettivamente fu consumato per unità padronale, e di quello che, sempre per unità padronale, fu effettivamente speso per il servizio, ho seguito il metodo seguente:

Ho diviso le spese per le voci relative ai mobili, al vestiario, all'istruzione, alle ricreazioni, ed al tabacco per le sole unità padronali; ho diviso quelle relative alla illuminazione e riscaldamento, all'alloggio, alla lavanderia e pulizia personale, al medico e medicine, ai trasporti ed alle altre spese non specifiche per il numero delle unità padronali aumentato della metà di quelle relative ai domestici, nell'ipotesi che il consumo di questi fosse ridotto del 50 % in confronto a quello dei padroni. Ho diviso invece le spese relative ai generi alimentari per il numero delle unità familiari calcolate su tutti i membri, padroni o domestici che fossero.

Sottraendo poi dalla spesa complessiva per unità padronale di consumo (che questa volta ho calcolato trascurando la tenue quota relativa alle tasse) le spese unitarie per i consumi suddetti, ne ho desunto la spesa per unità padronale, occorsa per il salario e per il mantenimento dei domestici.

Questi calcoli hanno una buona dose di arbitrio, e le cifre ricavate un certo grado di inesattezza, ma poichè l'imprecisione danneggia principalmente le voci meno importanti, ed è poi ridottissima per i due primi gruppi di bilanci (quelli che più ci interessano) che hanno uno scarso numero di servitori, ho pensato che valesse la pena di eseguirli. L'inesattezza dei calcoli potrebbe poi ridursi riunendo insieme talune voci; ma lascio al lettore il compito di riunire i risultati per consumi meno importanti in quel modo che gradirà.

TABELLA IV.

Spese per unità padronale
(cifre assolute)

Consumi (1)	nel gruppo A		nel gruppo B		nel gruppo C		nel gruppo D		nel gruppo E		In complesso	
	1914	1920	1914	1920	1914	1920	1914	1920	1914	1920	1914	1920
	Lire	Lire	Lire	Lire	Lire	Lire	Lire	Lire	Lire	Lire	Lire	Lire
1 Pane	71.4	140.5	63.4	128.6	73.4	437.5	64.3	438.7	67.6	133.3	67.7	134.5
2 Vino	57.5	162.2	68.2	244.8	63.5	240.3	75.0	311.7	67.3	280.7	66.1	241.3
3 Caffè	14.6	60.2	16.5	72.6	22.7	97.5	19.4	77.9	23.6	101.1	18.7	80.1
4 Zucchero	18.4	57.0	18.3	59.7	22.3	68.8	17.5	59.2	23.0	66.8	19.6	62.2
5 Altri alimenti	428.1	1188.5	492.8	1732.7	639.3	4810.9	597.9	2009.5	678.6	2240.4	548.2	1739.7
4-5 Totale vitto	590.0	1608.4	659.1	2238.5	821.2	2355.0	774.1	2596.9	860.1	2822.2	720.2	2257.7
6 Illuminaz. e riscald.	47.3	130.6	79.2	258.3	93.9	270.8	97.9	261.1	204.9	892.1	87.8	285.7
7 Alloggio	202.6	245.3	215.2	315.4	321.3	427.9	330.2	543.0	515.7	650.0	272.9	383.6
8 Mobili ed utensili.	49.5	96.8	59.7	110.6	86.8	128.9	117.4	318.0	262.8	435.3	83.9	156.1
9 Lavanderia	37.4	101.0	55.9	144.8	70.8	206.7	69.1	193.8	97.6	294.2	60.7	169.7
10 Vestiario	175.6	296.8	185.8	485.3	367.5	1259.7	454.2	1470.4	693.8	2173.0	292.7	860.2
11 Medico e medicine	20.4	42.3	29.2	76.6	51.5	156.2	93.4	124.6	39.3	76.2	42.1	96.6
12 Trasporti.	36.7	68.3	46.2	106.2	55.6	162.0	156.2	222.0	133.4	374.5	66.5	147.4
13 Istruzione e corrisp.	65.4	150.4	101.6	111.2	161.0	266.5	317.6	541.3	192.7	336.9	141.9	220.4
14 Ricreazioni	49.0	80.4	107.1	190.6	107.2	231.6	233.6	443.8	427.6	1497.4	131.8	290.3
15 Tabacco (2)	8.9	21.0	30.0	69.0	42.0	135.6	82.0	239.8	41.5	433.9	36.3	99.9
16 Servizio	(19.3)	(41.7)	(64.9)	(162.5)	(96.0)	(302.5)	(134.1)	(387.5)	(77.5)	(256.7)	(75.9)	(210.9)
17 Altre spese	115.4	165.5	197.5	606.0	422.5	1040.7	508.2	1494.9	1142.9	3482.8	323.4	842.1
	42.8	85.2	53.7	113.1	137.0	179.7	179.1	506.5	297.0	430.5	104.4	195.6
Totale.	1441.1	3092.0	1820.2	4825.6	2738.3	6821.3	3413.0	8956.1	4879.3	13599.0	2364.6	6005.3

(1) Vedi note delle tabelle II. e III.

(2) Poichè il consumo del tabacco è quasi esclusivamente limitato ai maschi adulti, ho aggiunto tra parentesi la spesa media per maschio in età superiore ai 15 anni (servitori esclusi).

La Tabella IV a pag. 171 espone la spesa, che, per le varie voci e nei due anni considerati, occorre per unità padronale di consumo.

6. — Una prima considerazione voglio fare subito nei riguardi della spesa media destinata al vitto. Nel 1914 questa risultò, in tutte le famiglie considerate prese insieme, di L. 720,2 per unità e di L. 2257,7 nel 1920; ma nel primo gruppo, quello che più si accosta alla piccola borghesia, le cifre risultarono rispettivamente di L. 590,0 e di L. 1608,4.

L'Ufficio del Lavoro del Comune di Milano, sulla base di calcoli eseguiti dal Prof. PUGLIESE sul minimo occorrente per la nutrizione, ha costruito un bilancio alimentare per una famiglia tipo, composta dai genitori, da un figlio tra i 10 ed i 15 anni e da due figli sotto i 10 anni (1). La spesa settimanale di questo bilancio tipico fu valutata in L. 25,58 per il 1914 ed in L. 87,06 alla metà del 1920; quindi una spesa annua di L. 1334 nel 1914 e di L. 4539 nel 1920. Il calcolo delle unità di consumo, su cui fu fondata la determinazione di questa spesa, fu eseguito applicando i coefficienti dell'ATWATER, e nelle famiglie in questione furono valutate a 3,5; quindi una spesa annua per unità di L. 381 nel 1914 e di L. 1297 nel 1920. Queste cifre rappresenterebbero il costo della dose alimentare minima, al disotto della quale non potrebbesi discendere senza un reale deperimento dell'organismo. La cifra del 1920 vale inoltre nell'ipotesi che nel secondo semestre il rincaro dei generi alimentari avesse avuto la stessa intensità che nel primo.

Pur facendo tutte le mie riserve sull'esattezza dei computi del Pugliese, mi è parso interessante confrontare queste cifre con quelle da me ricavate per il gruppo meno agiato delle famiglie borghesi. Se nel computo delle unità di consumo avessi adottato i coefficienti dell'ATWATER, avrei trovato per queste ultime una spesa annua per unità di circa L. 570 nel 1914 e di circa 1550 nel 1920. Fermiamoci a quest'ultima cifra; essa supera di circa L. 250 quella che ho desunto dalla citata pubblicazione dell'ufficio del lavoro di Milano. Ma quest'ultima somma rappresenta il *valore* della dose alimentare minima, non la *spesa* necessaria per l'acquisto di tale dose. Per determinare tale spesa si deve tener conto dell'inevitabile spreco o sciupio dei generi e del forzato cattivo impiego del denaro, così frequente in un anno in cui i mercati

(1) *Le variazioni dei salari ecc.*, 2^a Edizione, pag. 48.

non permettevano che una limitata scelta dei generi. Inoltre nel bilancio tipo dell' Ufficio Comunale del Lavoro di Milano, il consumo del vino era ridotto a tre litri settimanali per tutta la famiglia. Il vino è un genere costosissimo e di scarso valore alimentare e se nel computo di quella tale dose minima necessaria per vivere, il vino fosse stato introdotto almeno nella limitatissima misura che era consumata dal primo gruppo delle famiglie da me osservate, il valore di quella dose sarebbe risultato sensibilmente più elevato. Aggiungasi inoltre che nel secondo semestre del 1920 il rincaro dei generi alimentari fu più forte che nel primo (1). Tutto sommato parmi possa concludersi che le famiglie del gruppo A avevano ristretto il proprio consumo alimentare proprio a quella dose che, anche secondo i citati calcoli del Pugliese, rappresenterebbe il minimo indispensabile per la vita. Nel 1914 invece il consumo di alimenti eccedeva di circa il 35 % questa dose.

7. — Le cifre proporzionali che ho ricavato facendo eguale a 100 la spesa complessiva per unità di consumo (vedi prospetto a pag. seguente) e che pei due primi gruppi A e B sono di poco differenti da quelle ricavate sulle cifre grezze dei bilanci (tabelle II e III), pongono meglio in rilievo le sostanziali differenze tra i bilanci più ricchi e quelli più poveri. Nei primi (gruppo E) la spesa destinata all'alimentazione dei padroni aveva nel 1920 la tenue proporzione del 20,8 % e del 17,6 % nel 1914, ed era superata da quella impiegata per il servizio; nei secondi invece (gruppo A e B) la spesa per il vitto si avvicinava, od era superiore al 50 %. Nei più ricchi le quote per l'alloggio, per la lavanderia, per le cure mediche e per l'istruzione, avevano una minore importanza che non nei bilanci più poveri; e più grande invece l'avevano quelle per l'illuminazione e riscaldamento, per i mobili, per il vestiario, per i trasporti, per le ricreazioni e per il tabacco.

Nella trasformazione dei bilanci verificatasi tra il 1914 ed il 1920 la spesa proporzionale non ha subito, tra i bilanci più ricchi e quelli più poveri, le stesse variazioni. Per esempio: la quota per il vestiario è diminuita notevolmente nei primi due gruppi, ma è cresciuta notevolmente negli altri; quella per l'istruzione è cresciuta nel primo gruppo, ma è diminuita negli altri; quella per

(1) Fondo questa mia affermazione sulle cifre riportate nel *Bollettino dell' Ufficio Municipale del lavoro di Roma*. Anno III, N. 12 pag. 387, 388.

TABELLA V.

Spese per unità padronale.
(cifre relative)

Consumi	gruppo A		gruppo B		gruppo C		gruppo D		gruppo E		In complesso	
	1914	1920	1914	1920	1914	1920	1914	1920	1914	1920	1914	1920
1 Pane	5.0	4.5	3.5	2.7	2.7	2.0	1.9	1.5	1.4	1.0	2.9	2.2
2 Vino.	4.0	5.2	3.7	5.1	2.3	3.5	2.2	3.5	1.4	2.1	2.8	4.0
3 Caffè	1.0	2.0	0.9	1.5	0.8	1.4	0.6	0.9	0.5	0.8	0.8	1.3
4 Zucchero . . .	1.3	1.8	1.0	1.2	0.8	1.0	0.5	0.7	0.5	0.5	0.8	1.0
5 Altri alimenti .	29.7	38.4	27.1	35.9	23.3	26.6	17.5	22.4	13.9	16.5	23.2	29.0
1-5 Totale vitto .	41.0	52.0	36.2	46.4	30.0	34.5	22.7	29.0	17.6	20.8	30.5	37.6
6 Illum. e riscald.	3.3	4.2	4.4	5.4	3.4	4.0	2.9	2.9	4.2	6.6	3.7	4.8
7 Alloggio . . .	14.0	7.9	11.8	6.5	11.7	6.3	9.7	6.1	10.6	4.8	11.5	6.4
8 Mobili ed utens.	3.4	3.1	3.3	2.3	3.2	1.9	3.4	3.6	5.4	3.2	3.5	2.6
9 Lavanderia . .	2.6	3.3	3.1	3.0	2.6	3.0	2.0	2.2	2.0	2.2	2.6	2.8
10 Vestiario . . .	12.2	9.6	10.2	10.1	13.4	18.5	13.3	16.4	14.2	16.0	12.4	14.3
11 Medico e medic.	1.4	1.4	1.6	1.6	1.9	2.3	2.7	1.4	0.8	0.6	1.8	1.6
12 Trasporti . . .	2.6	2.2	2.5	2.2	2.0	2.4	4.6	2.5	2.7	2.8	2.8	2.5
13 Istruz. e corrisp.	4.5	4.9	5.6	2.3	5.9	3.9	9.3	6.0	3.9	2.5	6.0	3.7
14 Ricreazioni . .	3.4	2.6	5.9	4.0	3.9	3.4	6.8	5.0	8.8	11.0	5.6	4.8
15 Tabacco. . . .	0.6	0.7	1.6	1.4	1.5	2.0	2.4	2.7	0.9	1.0	1.5	1.7
16 Servizio. . . .	8.0	5.4	10.9	12.5	15.4	15.3	14.9	16.7	22.8	25.6	13.7	14.0
17 Altre spese . .	3.0	2.8	3.0	2.3	5.0	2.6	5.2	5.7	6.1	3.2	4.4	3.3
Totale	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400

le ricreazioni è cresciuta solamente nell'ultimo ed è diminuita negli altri. Ma lascio al lettore il compito di commentare queste cifre, le quali, del resto parlano molto bene da sè, ed hanno tutte un particolare interesse.

8. — Per far meglio rilevare la relazione intercedente tra la maggiore o minore floridità dei bilanci e la somma impiegata per

i diversi consumi, ho ricavato i seguenti numeri indici calcolati facendo uguale a 100 la spesa media verificatasi per le singole

TABELLA VI.

Spesa per unità padronale

(Numeri indici; fatto = 100 la spesa media dei cinque gruppi).

Consumi	1914						1920					
	A	B	C	D	E	nei 5 gruppi	A	B	C	D	E	nei 5 gruppi
1 Pane	105	93	108	95	100	100	104	96	102	103	99	100
2 Vino	87	103	96	113	102	100	67	101	100	130	116	100
3 Caffè	78	88	121	104	126	100	75	91	122	97	126	100
4 Zucchero	94	93	114	89	117	100	92	96	111	95	107	100
5 Altri alimenti . .	78	90	117	109	124	100	68	100	104	115	129	100
1-5 Totale vitto . .	82	92	114	107	119	100	71	99	104	115	125	100
6 Illum. e riscald. .	54	90	107	112	233	100	46	90	95	91	312	100
7 Alloggio	74	79	118	121	189	100	64	82	112	142	169	100
8 Mobili	59	71	103	140	313	100	62	71	83	204	279	100
9 Lavanderia . . .	62	92	117	114	161	100	60	85	122	114	173	100
10 Vestiario	60	63	126	155	237	100	44	56	146	171	253	100
11 Cure mediche . .	48	69	122	222	93	100	44	79	162	129	79	100
12 Trasporti	55	69	84	235	201	100	46	72	110	151	254	100
13 Istruzione	46	72	113	224	136	100	68	50	121	246	153	100
14 Ricreazioni . . .	37	81	81	177	324	100	28	66	80	153	516	100
15 Tabacco	25	83	116	226	114	100	21	69	136	240	134	100
16 Servizio	36	61	131	157	344	100	20	72	124	178	414	100
17 Altre spese . . .	41	51	131	172	284	100	44	58	92	259	220	100
Totale	61	77	116	144	206	100	51	80	114	149	226	100

voci in tutti i bilanci presi insieme, e riducendo in corrispondenza quelle dei gruppi parziali.

Il lettore noterà facilmente come i numeri indici pei consumi meno necessari o voluttuari crescano (nel passaggio dai meno

ricchi ai più floridi bilanci) assai più rapidamente di quelli relativi alla spesa complessiva. Caratteristiche sono poi le variazioni delle spese per l'illuminazione e riscaldamento e per le ricreazioni che presentano uno sbalzo repentino dal 4° al 5° gruppo.

Il vino, pure essendo un consumo non necessario, si sottrae a questa regola, anzi la differenza di consumo tra i gruppi estremi era, specialmente nel 1914, molto piccola. Ciò indica la generale moderazione di questa classe di persone nel consumo di tale bevanda: il vino non è considerato come genere voluttuario, ma bensì come un alimento da usarsi per quel tanto che torna di reale giovamento all'organismo.

La spesa per il pane, salvo oscillazioni di nessun significato non varia affatto; e differenze assai piccole presentano quelle per lo zucchero e pel caffè.

Nel 1920 la differenziazione di questi vari gruppi di famiglie nei riguardi di quasi tutti i consumi si accresce notevolmente. Fanno eccezione per quello del pane e dello zucchero, a motivo del razionamento, per quello del caffè, strettamente connesso a quello dello zucchero, ed anche per quello dei libri giornali, corrispondenza ecc., il che conferma l'alto grado di necessità che questo consumo ha nella classe della borghesia.

9. — Se questo aumento di sperequazione nei riguardi dei consumi indica che le famiglie più ricche seppero, com'è naturale, resistere meglio alle difficoltà economiche del momento, non significa del pari che anche queste non abbiano dovuto sostenere dei sacrifici gravissimi. Infatti nei gruppi considerati, le contrazioni di quasi tutti i consumi, e specialmente di quelli meno necessari, furono fortissime e generali. Non mi è riuscito difficile di determinare con maggiore precisione, per qualche voce più importante, la contrazione verificatasi nel 1920 (e per contrazione intendo naturalmente tanto la parziale soppressione del consumo quanto il consumo di qualità più scadenti e meno costose). Ho eseguito questa determinazione più precisa per taluni generi, o gruppi di generi, pei quali ho potuto in varie fonti trovare un indice complessivo nel prezzo, preso per base l'anno 1914. Servendomi di questo indice ho determinato la spesa che, per le diverse voci, sarebbe stata sostenuta nel 1920 se il consumo per qualità e quantità fosse rimasto quello del 1914 (1). Eseguita la differenza

(1) Naturalmente la determinazione è semplicemente approssimativa perchè l'indice dei prezzi varia da qualità a qualità. Quindi mal si presta

TABELLA VII.

Contrazione di taluni consumi.

Consumi	Indici dei prezzi	A			B			C			D			E			In complesso		
		Spesa nel 1920		$\frac{(a-b) \cdot 100}{a}$	Spesa nel 1920		$\frac{(a-b) \cdot 100}{a}$	Spesa nel 1920		$\frac{(a-b) \cdot 100}{a}$	Spesa nel 1920		$\frac{(a-b) \cdot 100}{a}$	Spesa nel 1920		$\frac{(a-b) \cdot 100}{a}$	Spesa nel 1920		$\frac{(a-b) \cdot 100}{a}$
		a	b		a	b		a	b		a	b		a	b		a	b	
		Lire	Lire		Lire	Lire		Lire	Lire		Lire	Lire		Lire	Lire		Lire	Lire	
Vino . . .	531(1)	305.3	162.2	46.9	362.1	244.8	32.4	337.2	240.3	28.7	398.25	311.7	21.7	357.3	280.7	21.4	351.0	241.3	31.3
Caffè . . .	575(1)	88.95	60.2	28.3	94.9	72.6	23.5	130.5	97.5	25.3	111.55	77.9	30.2	135.7	101.1	25.5	107.5	80.1	25.5
Altri alim. (2)	498(1)	2131.9	1188.5	44.3	2454.1	1732.7	29.4	3183.7	1810.9	43.1	3437.9	2009.5	41.8	3379.4	2240.4	33.7	2730.0	1739.7	36.3
Illum. e risc.	611(1)	289.0	130.6	54.8	489.9	258.3	46.6	573.7	270.8	52.8	598.2	261.1	56.4	1251.9	892.1	28.7	536.5	285.7	46.7
Vestitiario .	592(1)	1039.6	296.8	71.5	1099.9	485.3	55.9	2175.6	1259.7	42.1	2688.8	1470.4	45.3	4107.3	2173.0	47.1	1732.8	860.2	50.4
Trasporti .	809(3)	413.4	68.3	39.8	142.8	106.2	25.6	171.8	162.0	5.7	482.7	222.0	54.0	412.2	374.5	9.1	205.5	147.4	28.3
Tabacco . .	355(4)	68.5	41.7	39.1	230.0	162.5	29.4	340.8	302.5	38.3	476.1	387.5	18.6	275.1	256.7	6.7	269.4	210.9	21.7

(1) Ho tratto questi numeri indici dai dati della citata pubblicazione dell'Ufficio municipale del Lavoro di Milano. (pag. 48).

(2) Escluso il vino, il caffè, lo zucchero ed il pane.

(3) Media aritmetica di 3 numeri indici: Tariffa tranviaria urbana diurna di Roma e Firenze (282); tariffa vetture di Roma (400); tariffa ferroviaria (244 — Viaggio di 250 Km. in 2^a classe a tariffa ordinaria su treni diretti).

(4) Il numero indice è stato calcolato soltanto sui prezzi della sigaretta macedonia, che nella classe media è il genere di maggior consumo. Le cifre delle spese riguardano il consumo medio per maschio in età superiore ai 15 anni (Vedi nota 2 della tabella IV).

tra questo valore fittizio e la spesa realmente sostenuta nel 1920, ne ho tratto la misura della contrazione sotto forma di percentuale (vedi le colonne *C* del prospetto a pag. 177). Naturalmente queste percentuali debbono prendersi come indici approssimativi.

Il consumo del vino avrebbe avuto una contrazione del 31 %, contrazione che da un minimo del 21,4 % va regolarmente crescendo col diminuire della floridità dei bilanci fino ad un massimo del 46,9 %. Per il caffè la contrazione complessiva risulta invece di circa $\frac{1}{4}$ e si mantiene quasi costante nei cinque gruppi parziali. Quella per gli altri alimenti (dai quali ho escluso anche il pane e lo zucchero perchè soggetti a razionamento) è di $\frac{1}{3}$, ed anch'essa tende lievemente a crescere col diminuire dell'agiatezza delle famiglie.

Ridotto quasi della metà appare il consumo dell'illuminazione e riscaldamento. Nei primi 4 gruppi la contrazione è anche maggiore e varia di poco, soltanto per il gruppo *E* discende alla più bassa proporzione del 28,7 %. Ancora più forte è la contrazione per il vestiario; essa raggiunge il 55,9 % nel gruppo *B* ed il 71,5 % gruppo *A*.

Non meraviglierà poi se tra i consumi meno contratti figurano quello dei trasporti (28,3%), con forti ed irregolari oscillazioni nei gruppi parziali) e del tabacco (ridotto di circa $\frac{1}{5}$) che è il meno elastico di tutti i consumi voluttuari.

Non mi sono azzardato ad eseguire calcoli analoghi per altre voci molto più complesse, ma dalle cifre riportate nella tabella IV, appare evidente, per il rincaro straordinario dei prezzi, che l'acquisto e la rinnovazione del mobilio e il godimento di tutti quegli svaghi che ho raccolto nella voce *ricreazioni*, devono avere subito una riduzione sensibilmente superiore al 50 %.

A sì forti contrazioni verificatesi anche in consumi tanto necessari come quelli del vestiario, del riscaldamento e dell'illuminazione, fa contrasto la minore economia che si volle realizzare per certi consumi o servizi meno importanti per la vita materiale. Senza bisogno di ricorrere ai calcoli precedenti, appare evidente, per esempio, che questo gruppo di famiglie borghesi non si è voluto privare che in piccolissima parte della prestazione d'opera

l'applicazione di un indice unico a tutti e cinque i gruppi, dato che in questi la qualità dei generi consumati non fu certo la stessa. Poichè in genere le qualità più elevate ebbero un incremento più forte, il sacrificio dei gruppi più agiati, appare lievemente inferiore al vero.

da parte dei domestici. Questo fatto, meglio che dalla spesa impiegata per il servizio, risulta dimostrato dal numero dei servitori in rapporto a quello dei padroni. Come il lettore avrà già notato nella tabella I, soltanto nel 1° gruppo si può riscontrare una diminuzione nel numero dei domestici.

Inoltre tra i consumi meno contratti debbono certamente porsi quelli che ho raccolto nella voce istruzione e corrispondenza. Infatti dalla tabella IV appare che nel 1920, per questa voce, la spesa era complessivamente cresciuta del 55 %. Vero è che in questo stesso anno il prezzo medio dei giornali e dei libri era a un bel circa triplicato, ma le tariffe postali, che assorbivano buona parte della spesa complessiva segnata per questa voce, erano aumentate appena del 50-66 % e le tasse scolastiche erano cresciute in misura anche più piccola. Mi pare quindi che, per l'insieme di questi consumi o servizi, la contrazione non abbia superato il 30 %.

Nelle disadorne cifre che ho raccolto traspare dunque lo sforzo sostenuto da questo gruppo di persone per conservare, pur fra tanti dolorosi sacrifici, un certo decoro esteriore, e per non rinunciare a quegli alimenti dell'anima che, per la classe più elevata della borghesia, hanno non minore importanza di quelli del corpo.

† Luigi Bodio

12 ottobre 1840 – 2 novembre 1920

..... era stato chiamato a Roma nel 1872, come segretario della Giunta centrale di statistica, e nell'anno successivo fu nominato direttore dell'Ufficio di statistica governativo che, per la morte del dott. Pietro Maestri avvenuta nel 1871, era rimasto privo del suo capo.

Il compito che si assumeva il giovane professore lombardo, il quale lasciava le cattedre di geografia commerciale, di statistica e di economia politica nella R. Scuola superiore di commercio in Venezia, per avviarsi ai pubblici uffici, era assai arduo. Non trattavasi soltanto di raccogliere la successione del Maestri, la cui perdita era stata vivamente rimpianta, sia per le virtù dell'uomo, patriota e scienziato, sia per l'impulso da lui dato ai lavori dell'Ufficio di statistica da pochi anni istituito, ma dovevasi mettere in valore l'opera di quest'ufficio in tempi non certo favorevoli al progresso degli studi statistici, i quali erano allora patrimonio di pochi eletti ingegni. La statistica ufficiale moveva i primi passi, con scarse, per quanto onorevoli, tradizioni in alcuni degli ex Stati che avevano formato il nuovo Regno, e occorreva che l'indagine statistica fosse fatta penetrare anche là dove queste tradizioni mancavano, e, colla unificazione delle ricerche e dei metodi, rispecchiasse quella unità politica che da pochi anni era stata raggiunta.

Ma la scelta del successore del Maestri nella persona di Luigi Bodio era stata fatta con sapiente accorgimento, per consiglio e suggerimento di Luigi Luzzatti che, essendo Segretario generale nel Ministero di Agricoltura, presso il quale trovavasi l'Ufficio di statistica, lo additò al Ministro, on. Castagnola.

Il Bodio si era già fatto conoscere per alcune memorie inserite in riviste scientifiche, o presentate in Congressi internazionali di statistica, le quali avevano rivelato le sue preclare attitudini

all'osservazione dei fatti sociali. Egli aveva compiuto i suoi studi a Milano, che era allora un centro di cultura per lo studio dei problemi riguardanti la vita sociale, essendovi ancor vive le tradizioni lasciate specialmente dai due Verri, Pietro e Alessandro, con opere che avevano divulgato in Italia le dottrine del Grotius, del Pufendorf e del Montesquieu e con la collaborazione nel « Caffè », dove si esercitavano i migliori ingegni, i quali traevano dall'Enciclopedia francese lo spirito di rinnovamento delle scienze politiche, morali e giuridiche; tradizioni che furono poi continuate dal Cattaneo nel « Politecnico », nel quale il Bodio pubblicò il suo primo lavoro. In questi periodici milanesi si discutevano tutti i problemi della scienza, ma specialmente della economia politica, che era allora coltivata dalle menti più elette e che veniva trattata col corredo di profondi studi storici e col sussidio di una larga cultura classico-letteraria, la quale segnava una impronta schiettamente italiana all'indirizzo degli studi sociali di quel tempo. Luigi Bodio aveva particolarmente rivolto a questi studi la sua mente, attingendo a quelle fonti, e tutta l'opera sua risente di queste origini.

Poco dopo laureato in giurisprudenza aveva ottenuto dal Ministro della Pubblica Istruzione, Matteucci, una modesta pensione, come dicevasi allora, per perfezionarsi a Parigi negli studi di economia politica e là, dove dimorò per un anno, frequentò il corso di economia politica che il Baudrillart teneva al *Collège de France*, e assistè pure alle lezioni del Wolowski al *Conservatoire des arts et métiers*, i quali gli rilasciarono poi attestati di amplissima lode, rilevandone le eccezionali doti di studioso e prevedendogli un brillante avvenire. Nella metropoli francese egli contrasse relazione e si legò in amicizia coi più chiari economisti e statistici, quali il Bertillon, il Levasseur, il Cheysson, il De Foville, il Le Play.

Cesare Correnti, che lo stesso Bodio chiamò l'ispiratore dei lavori della statistica ufficiale italiana, era allora Presidente della Giunta centrale di statistica (più tardi poi chiamata Consiglio Superiore di Statistica) e come segretario di quella Giunta e quindi sotto la guida di tanto maestro, il Bodio iniziò il suo direttorato.

L'Ufficio non disponeva di grandi mezzi: modesti i locali in cui era collocato, e scarso il personale che vi era assegnato. Tuttavia, per gli ordinamenti delle pubbliche amministrazioni del tempo, esso potè valersi dell'opera di funzionari (detti ufficiali di statistica) che il Bodio chiamò come suoi collaboratori, scegliendoli fra quei giovani che, per gli studi onorevolmente compiuti o per le prove in altri campi già date, erano promessa di energie intelligenti e

fattive nella compilazione delle statistiche ufficiali, la quale richiedeva speciali attitudini, molta abnegazione e una grande onestà di lavoro.

Furono tra i suoi primi collaboratori F. C. Ferraris, l'Ellena, il Perozzo, lo Stringher, lo Schanzer, il Bosco, e il Raseri, alcuni dei quali passarono presto ad altri campi di attività, nella scienza, nella politica, nella finanza, nella pubblica amministrazione e vi raggiunsero, e taluni tengono tuttora, posti eminenti, onorando sè e l'Ufficio dal quale provenivano, e altri dei citati restarono più a lungo col Maestro, finchè prematuramente non li incolse la morte. E la falange di questi chiari ingegni, guidata dal Bodio nella costruzione delle varie sezioni della statistica ufficiale, a ciascuna delle quali egli aveva messo a capo il demografo, l'economista, il finanziere, il matematico, a seconda delle rispettive competenze, creò quell'officina statistica che ben presto salì, anche all'estero, in meritata fama per i prodotti vari e copiosi che essa potè offrire agli studiosi, e la Direzione generale della Statistica italiana venne così solidamente costituita. Perchè anche nella scelta del personale esecutivo e dei più modesti collaboratori, il Bodio si valse di metodi che oggi non sono più consentiti, ma che diedero, allora, i migliori risultati, col rivolgersi, cioè, direttamente alle scuole e a quegli insegnanti che egli conosceva personalmente, affinchè gli segnalassero gli allievi che avessero mostrato buone attitudini alle applicazioni statistiche.

Formatasi, in tal modo, un'eccellente maestranza, il Bodio, per mezzo delle pubblicazioni ufficiali, che diffondeva con signorile larghezza, non trascurò un'altro compito del suo ufficio, quello di farsi il divulgatore degli studi statistici, richiamando su di essi l'attenzione non solo delle persone colte, ma anche del pubblico.

Dissi già che in quei tempi la statistica era poco conosciuta. Discutevasi ancora fra i competenti se fosse veramente una scienza o soltanto un metodo, e nelle Università e negli Istituti superiori, dove veniva insegnata, era tenuta come ancella, o unita ad altre branche dell'insegnamento, o, se anche impartita con insegnamento distinto, senza dignità di corso obbligatorio.

Il pubblico, che alimenta la sua cultura per mezzo delle gazette politiche o al più delle riviste popolari, a quando a quando si trovava dinanzi alle più comuni applicazioni del metodo statistico nelle questioni del giorno (economiche, finanziarie o di popolazione), nelle quali la *media* era la più frequente espressione del linguaggio numerico adoperato dagli statistici, ma era anche

spesso occasione di motteggio agli scettici, che attribuivano ai seguaci della non compresa disciplina una tendenza livellatrice dei fenomeni sociali, in contrasto col reale andamento dei fenomeni stessi.

Il Bodio si assunse il compito di far conoscere e apprezzare la ricca produzione dell'Ufficio, per favorire lo sviluppo degli studi che quella produzione alimentavano, e vi riuscì egregiamente, creandosi, forse, uno dei maggiori titoli di benemerenza che gli possa essere oggi riconosciuto. Egli non solo distribuiva largamente, come ho detto, in Italia e all'estero le statistiche ufficiali, ma per ognuna di esse curava che ne fosse reso ampio conto nei giornali e nelle riviste.

In ogni questione che potesse ricevere lume dalle cifre, e che a un dato momento interessasse l'opinione pubblica, egli interveniva, portando un ricco contributo di dottrina e di dati alla sua risoluzione, e in breve il nome del Bodio divenne così popolare in Italia che lo si identificava con quello della statistica, dapprima non senza una lieve punta di umorismo, ma poi con riconoscimento unanime di un alto valore personale. Egli aveva vinto una nobile battaglia. E la statistica ebbe dignità di insegnamento nelle Università, pari a quella di altre discipline, e i giovani furono attratti ad essa come a degna palestra dei loro ingegni, mentre prima erano rari coloro che vi si dedicassero con fervore.

Nel suo ufficio, il Bodio fu veramente il Maestro, cioè a tutti e in tutto l'esempio, non immemore del detto di Seneca: *longum iter per praecepta, breve et efficax per exempla*. Non solo egli eccellea per la superiorità della mente e per la vasta e profonda cultura, non specializzata nelle scienze economiche, ma attinta alle fonti più varie del sapere, e specialmente alle scienze morali e filosofiche, ma anche per una rettitudine e onestà di vita che lo rendevano schiavo del dovere, inteso per sè e per gli altri con la più rigida disciplina.

E questa rettitudine e onestà egli portava specialmente nel campo della sua attività, dove solea dire che era necessaria l'onestà fino allo scrupolo, perchè scopo delle tabelle statistiche non è dimostrare una tesi, ma ricercare una legge, cioè servire la verità.

Ammiratore della bellezza in ogni sua manifestazione, il Bodio vedeva il bello anche nelle costruzioni statistiche, e le cifre allineate in serie, inquadrare in tabelle, tradotte in grafici, rappresentate in stereogrammi, davano vibrazioni al suo senso estetico, e facilmente,

con intuito sorprendente, scopriva, talora, il punto di una disarmonia, proprio come il critico d'arte nell'osservare una statua o una tela può scoprire una linea meno aggraziata o una tinta di colore dissonante coll'armonia delle luci dell'intero quadro.

Come accade a chi la maggior sua attività ha spiegato in funzioni direttive, la produzione scientifica del Bodio si immedesima con quella dell'ufficio da lui diretto e la svariata e ricca collezione delle statistiche ufficiali è il maggiore documento che egli lascia del suo valore, che risalta specialmente in quelle relazioni premesse alle statistiche e che ne illustrano il contenuto, le quali avevano sempre l'impronta personale del Maestro. È pur tuttavia copioso l'elenco dei lavori che portano il suo nome e che iniziatisi con uno studio di materia finanziaria *Sulla dottrina dell'imposta e sui fenomeni dell'incidenza e diffusione dell'imposta*, pubblicato nel « Politecnico » di Milano nel 1864, si può dire si chiuda cogli *Indici misuratori del movimento economico in Italia*, che fu il suo ultimo più poderoso lavoro.

Ma l'opera sua personale e direttiva rifulge specialmente in due pubblicazioni periodiche, che servirono alla divulgazione di quella scienza statistica alla quale erano intitolate: « l'Archivio di Statistica » e gli « Annali di Statistica ». Esse erano destinate a raccogliere quanto di più interessante offrissero le statistiche ufficiali e a seguire i progressi che la nostra disciplina veniva facendo in Italia e all'estero, e, oltre a memorie originali che portavano i nomi del Correnti, del Messedaglia, del Gabelli, del Boccardo e dell'Ellena, per citare soltanto quelli dei primi collaboratori, vi figurarono spesso traduzioni di opere, relazioni, monografie di scienziati stranieri, ritenute degne di essere conosciute anche in Italia.

La Direzione generale della statistica fu così, non soltanto un campo di applicazioni, ma un vero e proprio laboratorio scientifico, dove la ricerca statistica, obiettiva, serena, condotta coi metodi più rigorosi, si accoppiava allo studio delle leggi e regolarità statistiche, arricchendo il patrimonio scientifico di verità rivelate alla luce delle cifre. E le personali attitudini del Bodio ottennero così felici risultati, perchè come aveva acuto il senso della ricerca e aperto lo spirito alle più moderne e ardite concezioni, ebbe anche la virtù di sapere eccitare negli altri le speciali disposizioni e le personali energie e valorizzare così le più disparate competenze.

Ma vennero tempi difficili anche per la Direzione generale della statistica. Forse per una concezione ristretta della sua funzione, secondo la quale non la si considerava partecipe dell'attività ammi-

nistrativa, ma soltanto illustratrice di questa, si credette di poter applicare ad essa criteri di troppo rigida economia, e Luigi Bodio, quando si convinse di non potere conservare l'istituto da lui creato a quella altezza che sotto la sua direzione aveva raggiunto, se ne allontanò.

Il distacco peraltro non fu mai assoluto, perchè, a parte che nei modesti limiti consentiti dai tempi critici attraversati dall'Ufficio, questo continuò a spiegare la sua pur ridotta attività con programmi e indirizzo di lavoro quali erano stati da lui segnati, il Bodio, come Presidente del Consiglio superiore di Statistica, collaborò ancora, e fino agli ultimi suoi giorni, negli studi prediletti e non negò mai il consiglio e l'opera sua ai dirigenti che gli succedettero.

Passato nel 1900 al Consiglio di Stato, dove la mente versatile piegò ad applicazioni molto lontane dai suoi studi prediletti, e dove pur si fece apprezzare per la dirittura del giudizio e l'adamantina rettitudine, non vi rimase molto tempo, perchè venne chiamato nel 1901 a costituire il Commissariato generale dell'emigrazione, istituto creato a tutela degli emigranti italiani e quale organo che doveva esercitare una funzione economica regolatrice del fenomeno emigratorio, che in Italia ebbe sempre vaste proporzioni. Il Bodio aveva dimostrato una speciale predilezione allo studio di esso, che conosceva profondamente, non solo a traverso le statistiche che vi aveva dedicate, ma anche per i numerosi viaggi all'estero, nei quali aveva potuto mettersi a contatto con le nostre popolazioni emigrate e studiarne le condizioni e i bisogni.

Egli seppe imprimere un indirizzo vigoroso alla politica del nostro paese nel regolare i non facili rapporti colle altre nazioni, e potè formulare le prime disposizioni legislative che disciplinano la grave materia.

Ma, dopo creato l'istituto e dettate le norme del suo funzionamento, venne l'opera, assai più ardua, dell'applicazione del nuovo diritto. L'uomo era di una integrità inflessibile; non ammetteva una deviazione, fosse pur lieve, dalla linea che egli giudicava doversi seguire come la via maestra, e urtò ben presto contro potenti interessi, che gli crearono un ambiente difficile e gli procurarono anche non poche amarezze. Lasciò quell'Ufficio per ritornare, sia pure per breve tempo, nella sede più serena e tranquilla del Consiglio di Stato, ma l'opera sua nel Commissariato dell'emigrazione rimane a testimonianza dell'alto ingegno, della profonda conoscenza dei fenomeni sociali, ed anche del suo affetto alle classi lavoratrici.

Per le quali egli aveva potuto, insieme col Boccardo e coll'Ellena, far sentire la voce dell'Italia nella Conferenza internazionale convocata a Berlino nel marzo 1890, per discutere sulle questioni concernenti la protezione del lavoro degli operai nelle miniere e negli opifici industriali, e alle quali, fin dal 1883, aveva dedicato uno studio per tracciare le prime linee di una « Statistica delle condizioni di vita delle classi operaie in Italia ».

La sapiente e rigida opera del Bodio nel Commissariato generale dell'emigrazione fu riconosciuta ed elogiata nel Senato nella seduta del 1° luglio 1904 in cui lo stesso Presidente della Camera vitalizia, on. Saracco, fra il consenso generale dei colleghi, ebbe a dichiarare che il Bodio, presente alla non desiderata glorificazione, aveva « benemeritato del Paese ».

E può dirsi che in qualunque campo il Bodio svolgesse la sua attività, non si conquistasse che benemerenze.

Perchè parve sua preoccupazione costante quella di essere utile agli altri più che a sè stesso; e che egli si fosse assegnata la missione di aiutare specialmente i giovani che movevano i primi passi negli studi, con insegnar loro il buon cammino, non solo possono testimoniare tutti coloro che ebbero questo aiuto, e talvolta nemmeno richiesto, ma ce l'ha detto una voce che oggi non possiamo ascoltare senza viva commozione, la voce stessa del Maestro che, dettando il proprio elogio funebre, ha inciso l'ultimo suo pensiero in queste parole: « era un galantuomo e ha aiutato molto a lavorare ».

E infatti la sua mente agile e pronta, nutrita di una cultura varia e profonda, sorretta da una memoria tenacissima, quasi prodigiosa, che gli permetteva di ripetere alla lettera, anche nella sua rigogliosa vecchiezza, pagine intere di autori che aveva letto negli anni giovanili, lo aveva dotato di un patrimonio così cospicuo di cognizioni, da poter sempre, in qualsiasi questione venisse dibattuta nella pubblica stampa o privatamente, portare il contributo della sua dottrina e offrire agli studiosi il suo appoggio, specialmente nella ricerca dei materiali utili allo studio degli argomenti trattati.

E dava generosamente e signorilmente questo aiuto, senza preoccuparsi se poi altri, e non lui, ne potesse ricavare gloria ed onori, perchè non conobbe le gelosie della piccola scienza che par quasi pavida a mostrarsi, per tema che altri se ne impossessi e la faccia sua. E poichè la sua mente era signoreggiata da alti e geniali ideali rivolti al culto del bello, che sentì profondamente in ogni sua forma, il Bodio poteva da una discussione in materia

finanziaria ed economica, dove portava la sua parola fredda, rigorosa, quasi matematica, passare agilmente a illustrare le bellezze naturali del nostro paese, le opere d'arte custodite nei musei di Italia e dell'estero, con un tale corredo di citazioni di classici e di critici nostrani e stranieri da destare la meraviglia di quanti avevano la ventura di ascoltarlo. E la sua parola, che non fluiva facile e pronta nelle discussioni accademiche, ma che pur tuttavia era sempre incisiva e scultoria, usciva allora calda di entusiasmo e si rivestiva di forma poetica, immagine viva del pensiero che la animava.

In possesso delle principali lingue estere, e studioso delle letterature straniere, ma specialmente di quella francese, che seguiva appassionatamente nelle sue più notevoli pubblicazioni, anche all'estero, dove spesso era chiamato per partecipare a Congressi, a Esposizioni o a Commissioni internazionali, egli seppe fare apprezzare la sua cultura, sicchè la sua parola non soltanto era ascoltata deferentemente nelle sedute ufficiali, ma era ricercata nei salotti intellettuali per il godimento spirituale che essa procurava.

Furono frequenti i convegni internazionali ai quali il Bodio prese parte, o come funzionario o come privato.

Membro dell'*Institut international de Statistique*, fin dalla sua fondazione, poi Segretario generale per diversi anni, e infine per molti altri Presidente, egli fu assiduo alle riunioni biennali di quell'Istituto che avevano lo scopo precipuo di raggiungere la maggiore comparabilità fra le statistiche dei vari paesi. E vi partecipò sia presentando memorie e relazioni di grande valore, sia intervenendo alle discussioni, e da ultimo presiedendole, con quel tatto e quella fine cortesia che valsero più volte a temperare asprezze, a infrenare tendenze disgregatrici, cattivandosi le generali simpatie e acquistando una autorità che renderà ora difficile la successione.

Oltre a numerosi Congressi internazionali di statistica tenuti nelle Capitali dei vari Stati, intervenne a diversi Congressi internazionali di demografia; fu, come si è già ricordato, alla Conferenza internazionale di Berlino convocata nel 1890 per la protezione dei lavoratori nelle miniere e nelle industrie; come Commissario del Governo italiano, fece parte della Commissione internazionale riunitasi ad Atene, poi a Parigi, per l'istituzione del controllo delle finanze elleniche (1897) e nel 1914 fu Regio commissario generale all'Esposizione internazionale del Libro e d'Arte grafica a Lipsia.

La sua attività in queste riunioni internazionali, oltrechè nelle dotte assemblee ufficiali, si svolgeva, nei quotidiani contatti che in quelle occasioni aveva con le più eminenti personalità straniere,

le quali ben presto riconoscevano e ammiravano nel Bodio lo scienziato e l'artista che onorava, anche fuori dei confini della patria, il nome italiano.

Uomo di scienza, si tenne lontano dalla politica che non aveva per lui allettamenti, pur onorandosi dell'amicizia dei più insigni parlamentari del suo tempo. E anche quando, in riconoscimento delle sue benemerienze pubbliche e private, fu elevato alla dignità di senatore, se fu assiduo alle sedute dell'alta Camera, raramente partecipò alle discussioni, e passava preferibilmente ogni giorno parecchie ore nella biblioteca del Senato, perchè fra i libri era il suo regno.

Il suo patriottismo non si manifestava nelle competizioni delle parti politiche, nè si esercitava in vane e sterili dichiarazioni di amor patrio, ma sorgeva dalla coscienza del più scrupoloso adempimento di tutti i doveri civici e si nutriva nella esaltazione dei fasti e delle glorie del genio italiano, che egli ricercava nelle biblioteche e nei musei, fra i monumenti delle età vetuste; nei tesori d'arte delle nostre cattedrali; negli esemplari dell'architettura del nostro risorgimento; nelle officine, dove spesso rifulge il valore del lavoro umano con le applicazioni delle più geniali scoperte scientifiche; dovunque egli trovasse l'impronta delle virtù di nostra gente.

L'ultima guerra lo sorprese e turbò profondamente. La sua mente non tollerava che la civiltà, per il capriccio di un monarca, potesse essere travolta e risospinta indietro di qualche secolo. I legami intellettuali che egli aveva carissimi con molte personalità del mondo scientifico degli Stati in conflitto, gli fecero dapprima desiderare che in questa guerra non si impegnasse l'Italia se per tale astensione non venissero disconosciuti i suoi diritti e pregiudicati i suoi interessi.

Ma quando la lotta fu ingaggiata e l'Italia vi partecipò con la coscienza di difendere non solo i suoi interessi nazionali ma le indefettibili ragioni del diritto e della giustizia, allora il Bodio, pur rattristato per i lutti e i dolori seminati dalla guerra in Europa, non ebbe che un palpito per la vittoria nostra, che salutò con gioia giovanile quando ne ebbe la prima notizia in Senato.

Delineata la figura dello scienziato, del funzionario, del cittadino, resta che a brevi tratti ricordiamo l'uomo.

Piccolo di statura, con due occhi vivacissimi che brillavano come luci, coi bianchi capelli fluenti e i baffi spioventi e incolti, una volta veduto non si poteva più dimenticare. La piccola persona

era quasi sempre in movimento, ed egli preferiva discorrere camminando, come se il moto del corpo favorisse il movimento delle idee.

Uscito da modesta famiglia borghese, conservò, anche dopo che ebbe raggiunto un'altissima posizione sociale, abitudini semplici di vita, le quali peraltro non gli impedivano i contatti, che egli anzi cercava, con le famiglie più nobili e più distinte, purchè vi trovasse alimento il suo spirito che era essenzialmente aristocratico, cioè schivo di ogni volgarità e desideroso di una sempre maggiore elevazione.

Buono, profondamente buono, era intollerante con gli ignoranti, poco indulgente coi presuntuosi, e fiero contro i prepotenti, difetti tutti contrari alle sue qualità. Dotato di robusta costituzione, avendo conservato fino alla sua tarda età tutte le facoltà fisiche e intellettuali in pieno vigore, si può dire che non abbia conosciuto vecchiezza. Eppure un male, che si era manifestato fin da giovane e che a quando a quando gli procurava sofferenze, si riacutizzò in questi ultimi tempi, destando nei famigliari qualche preoccupazione. Era sotto una crisi di esso, quando gli pervenne l'invito di recarsi a Parigi a partecipare ai lavori della Commissione internazionale di Statistica presso la Lega delle Nazioni. Egli riteneva suo dovere compiere questo ultimo atto, come ne ebbe il presentimento, della sua lunga onorata carriera, e appena il male gli diede tregua, contro il parere dei medici, volle partire.

A Parigi ebbe onori e cortesie dagli amici che egli contava colà numerosissimi, e da colleghi venuti da ogni parte del mondo che furono tutti lieti di festeggiare, il 12 ottobre 1920, il suo ottantesimo anno.

Nominato Presidente di quella Commissione, vi pronunciò nella seduta inaugurale un discorso in cui per l'ultima volta, e con parola alta e solenne, rivendicava alla funzione statistica la sua nobile missione di dire sempre la verità, anche fra gli interessi contrastanti, e fu quello l'ultimo insegnamento del Maestro, e, come egli stesso ebbe a dire, il canto del cigno.

Tornato a Roma, dopo appena due giorni dovè mettersi a letto per un nuovo assalto del male, che egli però non credeva grave e sperava forse superare, come altre volte. Nei momenti di calma, confortava gli astanti: la consorte e le figlie che lo assistevano col più devoto affetto, gli amici che non si staccarono dal suo capezzale, e scriveva e leggeva ancora il giorno avanti alla sua morte, quasi non volesse chiudere gli occhi in questa vita per ria-

prirli in un'altra in cui egli credette, senza il viatico della scienza che era stata la sua più ardente passione.

Il 2 novembre 1920 Luigi Bodio cessava di vivere.

A. ASCHIERI.

NOTIZIE PERSONALI DI LUIGI BODIO

nato a Milano il 12 ottobre 1840, morto a Roma il 2 novembre 1920

Studiò giurisprudenza nelle Università di Pavia e di Pisa, laureandosi in quest'ultima il 7 agosto 1861.

Ebbe un posto di perfezionamento a Parigi, per Economia e statistica. (19 novembre 1862).

Fu abilitato all'esercizio dell'avvocatura il 23 febbraio 1866.

Fu nominato professore di economia politica nell'Istituto tecnico di Livorno (1864) e di geografia nella Scuola di marina di Livorno (1864). Nel 1867 passò all'Istituto tecnico di Milano, come titolare di economia politica e statistica e nel 1869 alla Scuola superiore di commercio di Venezia, come professore di geografia commerciale e statistica, insegnandovi anche, per incarico, l'economia politica.

Il 30 giugno 1872 fu nominato Segretario della Giunta Centrale di Statistica.

Il 14 novembre 1872 reggente la Direzione di Statistica.

Il 16 novembre 1873 come Segretario permanente della Giunta Centrale di Statistica ebbe le funzioni di Direttore della Statistica Generale del Regno.

Il 28 dicembre 1878 fu nominato Direttore della Statistica (Capo Divisione) e il 17 maggio 1883 Direttore generale.

L'11 maggio 1898 fu nominato Consigliere di Stato, continuando nella direzione dell'Ufficio di statistica, che lasciò nel 1900, e fu collocato a riposo nel 1909, col grado di Presidente di Sezione.

Fu incaricato dell'insegnamento di materie giuridiche nella Scuola di applicazione degli Ingegneri di Roma dal 1 dicembre 1875 al 15 ottobre 1915.

Fu nominato Senatore del Regno il 14 giugno 1900.

Consigliere dell'Istituto italiano di credito fondiario dal 28 febbraio 1903.

Commissario generale dell'Emigrazione dall'agosto 1901 al 1904.

Segretario Generale dell'*Institut international de Statistique* dal 1885 al 1905, e poi Presidente dal 1909.

Presidente del Consiglio superiore di Statistica dal 5 giugno 1898.

Presidente del Comitato di Statistica presso il Ministero della Giustizia dal 4 novembre 1909.

Presidente del Consiglio dell'Emigrazione dal 1907 al 1919.

Presidente della Commissione internazionale di statistica presso la Lega delle Nazioni dall'11 ottobre 1920.

Appartenne alle seguenti Accademie e Società Scientifiche italiane:

Società fisio-medico-statistica di Milano (1866); Società geografica italiana dal 12 gennaio 1868, consigliere dal 15 aprile 1877, vice-presidente dal 28 gennaio 1894 al 1902; Ateneo veneto (1869); Società di letture scientifiche in Genova (1872); Accademia di scienze e lettere in Padova (1877); R. Istituto lombardo (1878); Società di economia politica in Roma (1878); Società italiana d'igiene in Milano (1878); Accademia olimpica di Vicenza (1880); Accademia Pontaniana di Napoli (1880); Ateneo di Treviso (1880); Accademia dei Lincei di Roma: socio corrispondente (1881); socio nazionale (1892); R. Accademia dei Georgofili in Firenze (1895); Società italiana di antropologia ed etnologia in Firenze (1898); Società « Dante Alighieri »: consigliere (1903) e per 12 anni vice-presidente; R. Istituto veneto di lettere scienze ed arti (1906);

e alle seguenti estere:

Società di statistica di Parigi (1872); Società di statistica di Londra (1874); Società degli economisti di Vienna (1875); Cobden Club di Londra (1876); Società di Statistica di Manchester (1877); Società francese di Igiene (1878); Società svizzera di statistica (Berna); Società spagnola d'igiene in Madrid (1882); Società geografica di Manchester (1885); Società di igiene pubblica del Belgio (1885); Società di geografia e statistica di Francoforte (1886); Imperiale Accademia delle scienze di Pietroburgo (1886); Accademia delle Scienze di Budapest (1887); Commissione centrale di statistica del Belgio (1888); American Economic Association di Baltimora (1889); Unione Internazionale di diritto penale di Bruxelles (1889); Institut de France - Academie des sciences morales et politiques (1890); American Statistical Association di Boston (1890); Società di incoraggiamento per l'industria nazionale di Francia (1891); Società dei giuristi annessa all'Università di Mosca (1891); Società di geografia di Neuchâtel (1891); Reale Società geografica di Scozia (1894); Società ungherese di igiene (1895); Dottore « Honoris causa » in scienze giuridiche dell'Università di Edimburgo (1896); Società imperiale di economia politica di Pietroburgo (1897); Accademia Reale di scienze e lettere del Belgio (1898); Società d'agricoltura di Francia (sezione di economia politica e statistica) 1898; National Education Association di Washington (1898); Dottore « Honoris causa » in scienze politiche dell'Università di Budapest (1896); Istituto internazionale di sociologia (1902); Istituto coloniale internazionale di Bruxelles (1902).

PUBBLICAZIONI FATTE DA LUIGI BODIO COL PROPRIO NOME

- 1864 - Due articoli nel « Politecnico » (Milano) *Sulla dottrina dell' imposta e sui fenomeni dell' incidenza e diffusione dell' imposta.*
- 1864 - Un articolo nel « Politecnico » *Sulla legislazione comparata in materia di società commerciali per azioni.*
- 1865 - *Dei docks e magazzini generali.* Relazione a nome della Commissione speciale istituita dal Municipio di Livorno.
- 1866 - *Saggio del commercio esterno, terrestre e marittimo del Regno d' Italia.* Firenze, Tipografia Barbera 1867.
- 1867 - *Sui documenti statistici del Regno d' Italia* (presentato al Congresso internazionale di statistica di Firenze). Tipografia Barbera - Firenze.
- 1869 - *Della statistica nei suoi rapporti colla economia politica.* Prolusione al corso di statistica nella R. Scuola Superiore di commercio in Venezia; Milano, Tipografia Treves.

In *Archivio di Statistica*

- 1 - *Sul movimento della popolazione in Italia e in altri Stati d' Europa.*
Anno I° Vol. 1°
- 2 - *Appunti di statistica ferroviaria.* Anno I° Vol. 2°.
- 3 - *Del Congresso internazionale di statistica tenuto a Budapest nel Set-*
tembre 1876. Anno I° Vol. 3°.
- 4 - *Della statistica elettorale politica.* Anno II° Vol. I°.
- 5 - *Dell' emigrazione Italiana nel 1876 comparata a quella di altri stati.*
Anno II° Vol. II°.
- 6 - *Della statistica meteorologica in Italia.* Anno II° Vol. 3°.
- 7 - *Prime linee di una statistica delle condizioni di vita delle classi operaie*
in Italia. Anno VII° Vol. I°.
- 8 - *Il Dottor Bertillon e la scienza demografica, secondo la scuola fran-*
cese. Anno VII° Vol. 4°.

In *Annali di Statistica*

- 1 - *Statistica delle Opere Pie in Italia nel 1878*. Vol. XXI^o, anno 1881.
2 - *Saggio di bibliografia statistica italiana*. Serie 3^a Vol. IV^o, anno 1883
(2^a edizione 1885; 3^a edizione 1890).

Relazioni alla « Commissione per la Statistica giudiziaria e notarile », (poi « Commissione di Statistica e legislazione »), pubblicate negli *Atti* relativi, inseriti negli *Annali di Statistica* serie III^a e IV^a.

- 1 - Sul movimento della criminalità nell'anno 1885 (giugno-luglio 1886).
- 2 - » » » » » 1886 (giugno-luglio 1887).
- 3 - Risposta del Direttore generale della Statistica (Bodio) alle osservazioni presentate dal Comm. Beltrami-Scalia sulla Statistica penale in Italia (dicembre 1888).

4. - *Sul movimento della delinquenza nel 1886* (sessione dicembre 1888)
- 5 - *Comunicazione del Direttore generale della statistica* (Bodio) *sulle Confraternite* (sessione giugno-luglio 1889).
- 6 - *Movimento della delinquenza nel 1887* (sessione giugno-luglio 1889).
- 7 - *Sulle mutazioni introdotte nella compilazione delle statistiche penali durante gli anni 1880-1887* (sessione giugno-luglio 1889).
- 8 - *Sulla scheda individuale per gli imputati di crimini* (sessione giugno-luglio 1889).
- 9 - *Sul movimento della delinquenza negli anni 1888 e 1889* (sessione gennaio 1891).
- 10 - *Sull'andamento dei lavori della statistica giudiziaria e dei mezzi occorrenti per eseguirla* (sessione giugno 1892).
- 11 - *Sui metodi seguiti in vari paesi per la ricerca dei dati della statistica penale* (sessione giugno 1892).
- 12 - *Sul movimento della delinquenza nel 1891* (sessione giugno 1893).
- 13 - *Sul movimento della delinquenza nel 1892* (sessione marzo 1894).
- 14 - *Sul numero dei reati gli autori dei quali rimasero impuniti* (sessione marzo 1894).
- 15 - *Sul movimento della delinquenza nell'anno 1893* (sessione maggio 1895).
- 16 - *Sul Riformatorio di Elmira negli Stati Uniti* (sessione luglio 1895).
- 17 - *Sulla statistica penale fatta col mezzo delle schede* (sessione luglio 1895).
- 18 - *Sul movimento della delinquenza nel 1894* (sessione giugno 1896).
- 19 - *Sul movimento della delinquenza nel 1895 e sulle condizioni personali dei condannati negli anni 1890-1894.*
- 20 - *Sul movimento della delinquenza in Italia nel 1896 e sulle qualità personali degli imputati di delitti negli anni 1890-1895* (sessione luglio 1896).
- 21 - *Sulla statistica della giustizia amministrativa* (sessione dicembre 1898).
- 22 - *Sulla statistica dei matrimoni celebrati col solo rito religioso* (sessione luglio 1899).

Relazioni, comunicazioni e memorie presentate alle Sessioni dell'«Institut international de Statistique», pubblicate nei Bollettini dell'Institut.

- 1 - *Dell'ordinamento degli Uffici centrali di statistica in Italia e in alcuni altri Stati; dei lavori che sono ad essi affidati e dei mezzi di cui dispongono* — Tome I, 3^e et 4^e livraison, pag. 231.
- 2 - *Quelques renseignements sur les conditions hygiéniques et sanitaires de l'Italie* — Tome I-1^{re} livraison, pag. 264.
- 3 - *Sur l'organisation de la statistique judiciaire pénale en Italie et sur les difficultés qui s'opposent aux comparaisons internationales dans cette branche de la statistique* — Tome IV-2^e livraison, pag. 165.
- 4 - *Communication sur les progrès économiques et sociales de l'Italie de 1861 à 1889* — Tome IV-2^e livraison, pag. 219.
- 5 - *Rapport sur la Statistique judiciaire pénale* — Tome VI-2^e livraison, pag. 122.

- 6 - *Sulle discordanze che si osservano fra le statistiche commerciali dei vari Stati* — Tome VII, 1^{re} livraison, pag. 25.
- 7 - *Observations sur la statistique criminelle comparée* — Tome VIII, 1^{re} livraison, pag. 329.
- 8 - *De la méthode à suivre pour dresser une statistique scientifique de la récidive* — Tome VIII, 1^{re} livraison, pag. 329.
- 9 - *Observations sur la statistique de la mortalité dans les Etats de l'Europe et dans une partie de l'Amerique* — Tome IX-2^e livraison.
- 10 - *Rapport du Comité de Statistique criminelle sur la comparabilité des statistiques judiciaires* — Tome X, 1^{re} livraison, pag. 110.
- 11 - (in collaborazione con Macdonell) *Communication sur l'organisation de la Statistique judiciaire civile* — Tome XI, 1^{re} livraison, pag. 134.
- 12 - *Rapport sur la méthode du bulletin individuel appliqué à la statistique judiciaire pénale en Italie, depuis l'année 1890* — Tome XII, 1^{re} livraison, pag. 371.
- 13 - (in collaborazione con E. Levasseur) *Statistique de la superficie et de la population des contrées de la terre* (2^e édition), 1^{re} Partie, Tome XII, 2^e livraison, pag. VII; 2^e Partie, Tome XV, 1^{re} livr. pag. VII.
- 14 - *Rapport sur la statistique des migrations* — Tome XIII, 1^{re} livraison pag. 85.
- 15 - *Notes sur la législation et la statistique comparées de l'émigration et de l'immigration* — Tome XV, 1^{re} livraison pag. 55.

In Atti dell'Accademia dei Lincei

- 1 - *Di alcuni indici misuratori del movimento economico in Italia* — 1890
2^a edizione 1896.
- 2 - *Commemorazioni* (in Rendiconti della Classe di scienze morali storiche e filologiche). A. Boscó — Vol. XV (1906)

»	C. T. Inama von Sternegg	»	XVIII (1909)
»	E. Cheysson	»	XIX (1910)
»	G. U. Pierson	»	XIX (1910)
»	E. Levasseur	»	XX (1911)
»	A. De Foville	»	XXII (1913)
»	P. Leroy Beaulieu	»	XXIV (1915)

Relazioni, studi e memorie pubblicati in Atti di Congressi, in Riviste, ecc.

Sull'emigrazione italiana — Relazione al Congresso internazionale geografico di Venezia (1881) - Nei rendiconti del Congresso - Roma, Tipografia Botta, 1882.

Dell'emigrazione italiana comparata con quella che avviene da altri Stati di Europa — in « Bollettino della Società geografica italiana », dicembre 1886.

Etat de la question des accidents du travail en Italie — Rapporto al Congresso internazionale degli infortuni sul lavoro tenuto in Berna - settembre 1891.

Sulla questione dell'emigrazione e del patronato degli emigranti, in « Atti del Congresso geografico » tenuto a Genova nel settembre 1892.

Della protezione degli emigranti italiani in America, in « Nuova Antologia » 1 giugno 1902.

Terza relazione del Commissariato sui servizi dell'emigrazione, in esecuzione della legge 31 gennaio 1901, presentata al Ministro degli Esteri e da questo presentata alla Camera dei Deputati, il 25 marzo 1904 in « Bollettino dell'emigrazione », anno 1904, n. 7.

Notes sur la législation et la statistique comparée de l'émigration et de l'immigration — Relazione presentata all'Istituto coloniale internazionale; sessione di Roma - 1905 - Tipografia Bertero, Roma.

Dell'emigrazione temporanea dall'Italia — in « Rendiconto del Congresso della Società « Dante Alighieri » » tenutosi a Bréscia nel settembre 1909. Roma, 1910.

Dei problemi del dopo guerra relativi all'emigrazione in « Giornale degli Economisti » e « Rivista di statistica » — ottobre 1918.

Publicazioni ricevute — Publications reçues

Publications received — Erhaltene Veröffentlichungen

PERIODICI — PÉRIODIQUES — PERIODICALS — ZEITSCHRIFTEN

Archivio Italiano di Psicologia, Vol. I. Fasc. III. Gennaio 1921, Torino: F. KIESOW, *Guglielmo Wundt*; M. PONZO, *La misura del decorso dei processi psichici eseguita per mezzo delle grafiche del respiro*; F. KIESOW, *Osservazioni sopra il rapporto tra due oggetti visti separatamente coi due occhi*; *Notiziario*.

Bollettino Amministrativo-Statistico del Comune di Ravenna, Ottobre-Novembre-Dicembre 1920, PARTE I^a: *Relazione direzione scuole*; *Le elezioni generali amministrative*; *Uno sguardo generale alla nostra finanza*; *Proventi daziari*; *Prezzi dei generi*. PARTE II^a: *Notizie topografiche*; *Popolazione (censimenti)*; *Riassunto meteorologico*; *Movimento della popolazione*; *Pubblicazioni di matrimonio*; *Matrimoni*; *Nati*; *Immigrati*; *Emigrati*; *Morti*; *Cause di morte*; *Laboratorio chimico batteriologico*; *Polizia sanitaria*; *Malattie infettive*; *Disinfezioni*; *Vaccinazioni*; *Vigilanza del suolo e abitato*; *Vigilanza scolastica*; *Canile municipale*; *Macelli pubblici*; *Epizoozie*; *Vigilanza sui cimiteri*; *Vigilanza sugli alimenti*; *Ispezioni annonarie*; *Biblioteca comunale e Archivio storico*; *Museo Nazionale*; *Pompieristica*; *Attività edilizia*; *Elenco poveri*; *Libretti ammissioni al lavoro*; *Cassa Nazionale di Maternità*; *Forno comunale*, ecc.

Bollettino del lavoro e della previdenza sociale, Vol. 34. N. 6. Dicembre 1920. PARTE I^a: *MERCATO DEL LAVORO, Italia: Mercato del lavoro per località*; *Conflitti del lavoro. Estero*; *ISTITUTI PER LA MEDIAZIONE DEL LAVORO, Italia*; *ORGANIZZAZIONI PROFESSIONALI, Italia*; *Organizzazioni dei datori di lavoro*; *Estero*; *CONGRESSI E VOTI. Italia, Estero. CONCORDATI COLLETTIVI DI LAVORO*; *Regolamenti e norme generali sul contratto di lavoro. Italia. Estero. COOPERAZIONE. ASSICURAZIONI SOCIALI. Assicurazione obbligatoria contro l'invalidità e la vecchiaia. TRIBUNALI DEL LAVORO E ISTITUTI PER LA CONCILIAZIONE. Notizie diverse.*

PARTE II^a. LEGISLAZIONE: *Leggi, Progetti di legge, Decreti, Regolamenti, Circolari. Italia. Estero.* PARTE III^a. GIURISPRUDENZA: *Infortuni sul lavoro; Contratto d'impiego privato; Contratto di lavoro manuale.*

Bollettino del Lavoro e della Previdenza Sociale, Gennaio 1921.

PARTE I^a. MERCATO DEL LAVORO: *Italia. Mercato del lavoro per regioni; Conflitti del lavoro; Estero; ORGANIZZAZIONI PROFESSIONALI: Italia. Organizzazione dei lavoratori; Estero; CONSUMI DELLE CLASSI OPERAIE, Italia; CONGRESSI E VOTI: Italia, Estero; COOPERAZIONE: Italia, Estero; ASSICURAZIONI SOCIALI: Italia, Assicurazione obbligatoria contro l'invalidità e la vecchiaia. TUTELA INTERNAZIONALE DEL LAVORO. TRIBUNALI DEL LAVORO E ISTITUTI PER LA CONCILIAZIONE, Italia.* PARTE II^a. LEGISLAZIONE, *Leggi e decreti, Circolari.* PARTE III^a. GIURISPRUDENZA, *Infortuni sul lavoro; Contratto d'impiego privato; Contratto di lavoro manuale; Cooperazione.*

Bollettino del Lavoro e della Previdenza Sociale, Febbraio 1921.

PARTE I^a: MERCATO DEL LAVORO, *Mercato del Lavoro per regioni (Gennaio 1921); Variazioni delle mercedi e degli orari di lavoro; Conflitti di lavoro; La disoccupazione all'estero (Inghilterra, Olanda, Norvegia, Danimarca, Canada, Stati Uniti); Organizzazioni professionali; Congressi e voti; Regolamento e norme generali sul contratto di lavoro; Cooperazione; Assicurazione obbligatoria contro gl'infortuni sul lavoro nelle industrie; Assicurazione obbligatoria contro l'invalidità e la vecchiaia; Tutela internazionale del lavoro; Consigli del lavoro; Uffici comunali e provinciali del Lavoro; Collegi e probiviri; Commissioni arbitrali per l'impiego privato; PARTE II^a, LEGISLAZIONE; PARTE III^a, GIURISPRUDENZA.*

Bollettino dell'Unione statistica delle città italiane, (Firenze, Marzo 1921): *Le elezioni generali amministrative del Settembre-Ottobre 1920 in alcuni grandi Comuni Italiani; I Comuni della Provincia di Firenze; Saggio di cartografia statistica provinciale; Adunanza del Collegio tecnico dell'Unione statistica delle città italiane; Il 6° Censimento generale della popolazione e i grandi Comuni italiani.*

Bollettino di Statistica e di legislazione comparata, (MINISTERO DELLE FINANZE, DIREZIONE GENERALE DEL REGISTRO, DEL BOLLO E DELLE TASSE), Anno 18°, Fascicolo 4°. PARTE I^a, *Statistica. L'andamento delle tasse sugli affari e i provvedimenti tributari emanati dopo la conclusione dell'armistizio di Padova in data 3 Novembre 1918.* PARTE II^a, *Legislazione italiana (Provvedimenti tributari); Notizie estere (Austria, Belgio, Francia, Stati Uniti).*

Bollettino Mensile dell'Ufficio Municipale del Lavoro di Roma, Febbraio-Marzo 1921. PARTE I^a: LAVORO E ASSISTENZA SOCIALE, *Dopo il convegno degli Uffici del Lavoro degli Enti Locali; Fanciulli e mi-*

norenmi nelle visite e rivisite per libretto di lavoro; *L' Istituto di Riforme sociali in Ispagna; Democrazia e socialismo a proposito di dittatura del proletariato; La legislazione del problema delle case; Emigrazione in Francia; Una società francese per lo studio della partecipazione ai benefici; Il processo di lavorazione nelle industrie e la produzione; Contratti con clausole di giusti salari; Un' importante decisione in materia d'assicurazione d'infortuni agricoli; Il caro-viveri nel Belgio; Rassegna bibliografica; Notizie statistiche; Notiziario; Resoconti sommari.* PARTE II^a: LA SCUOLA DEL LAVORO; *Le imprese di Stato senza scuole; Movimento scolastico professionale; L'organizzazione del lavoro carcerario nella riforma del codice penale; Convegno nazionale per le piccole industrie; I programmi d'insegnamento; Notizie varie.* PARTE III^a, BOLLETTINO STATISTICO: *Movimento della popolazione; Polizia mortuaria; Assistenza sanitaria; Igiene e polizia sanitaria; Igiene e polizia veterinaria; Lavoro; Pauperismo; Mercati; Dazio; Prezzi; Illuminazione; Traffici; Istruzione; Varie; Rapporti e confronti demografici; Note illustrative.*

Bollettino Mensile dell' Ufficio Municipale del Lavoro di Roma,

MARZO 1921. PARTE I^a: LAVORO E ASSISTENZA SOCIALE, *Il Memoriale unico nazionale sul contratto d'impiego; Gli assegni in relazione al numero dei figli in Francia; Notizie dal Belgio circa i problemi del lavoro; La produzione alle diverse ore; La legislazione americana del lavoro; I salari commisurati sul prezzo del grano; Il riconoscimento di un'istituzione di previdenza assistita dall'Ufficio; Assistenza medico-sociale agli operai; La « Règle d'or des affaires »; Rassegna bibliografica; Notizie statistiche; Notiziario; Resoconti sommari.* PARTE II^a, LA SCUOLA DEL LAVORO: *La scelta di una professione secondo i criteri della « Union Suisse des arts et métiers »; Il primo decennio di vita della R. Scuola industriale di Aquila 1910-1920; Le scuole municipali di avviamento professionale è di tirocinio a Parigi; L'ufficio regionale d'orientamento professionale di Strasburgo; Movimento scolastico professionale; Il tirocinio professionale dei lavoratori edili nella Gran Bretagna; Realizzazioni; Piccole industrie.* PARTE III^a, BOLLETTINO STATISTICO: *Movimento della popolazione; Polizia mortuaria; Assistenza sanitaria; Igiene e polizia sanitaria; Igiene e polizia veterinaria; Lavoro; Pauperismo; Mercati; Dazio; Prezzi; Illuminazione; Traffici; Istruzione; Varie; Rapporti e confronti demografici; Note illustrative.*

Bollettino Municipale (CITTÀ DI COMO) Marzo 1921:

Como nella storia; Il lavoro e la sua giusta remunerazione (Gli stipendi agli impiegati); Il costo della vita; Vita municipale; Istituzioni cittadine; Vita intellettuale; Cronistoria del bimestre; Scioperi, agitazioni, serrate; Legislazione e giurisprudenza; Notizie varie; Dati statistici.

Bollettino Municipale mensile (CITTÀ DI MILANO), Marzo 1921 : PARTE I^a, *Le grandi fiere internazionali nel passato e nel presente ; Rievocazioni storiche : Il centenario dei Promessi Sposi ; Quanti siamo ? ; La lingua « Esperanto » ausiliaria ; Milano che deve sparire : una visita in Via Vetraschi ; Il controllo operaio in Italia ; Lavoro, salari e consumi ; Consulenza pratica sui numeri-indici del rincaro e loro applicazioni ; Unione statistica delle Città Italiane ; I. C. O. M. Alpinismo Antialcoolista ; Il rincaro dei prezzi dei materiali e degli oggetti d'uso ; Cronaca dell'attività Municipale ; La vita intellettuale a Milano ; Note sul mercato finanziario in Marzo ; Cronaca dello Sport ; Cronistoria del mese di Marzo ; Note sui dati statistici ; PARTE II^a : Topografia ; Meteorologia ; Movimento della popolazione ; Morbilità : Igiene ; Consumi e Prezzi ; Pauperismo ; Traffici ; Lavoro ; Previdenza ; Cultura e istruzione ; Diverse.*

Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica, Dicembre 1920 :

B. GRIZIOTTI, *La soluzione dei problemi finanziari dopo la guerra nella letteratura italiana* ; F. VINCI, *I lavori della conferenza finanziaria di Bruxelles* ; A. CARNELUTTI, *Il mercato del cambio nel Sud America e più specialmente al Cile* ; G. ANGRISANI, *Ancora su gli studi di scienze sociali ed i diplomi scientifici*.

Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica, Gennaio 1921 :

A. CONTENTO, *Sulla misura delle variazioni del costo della vita* ; C. BARBAGALLO, *Note di storia demografica* ; P. DE RÉDIANIS, *Nuovo metodo di determinazione del reddito nazionale* ; A. CARNELUTTI, *I prestiti italiani collocati all'estero e il lancio di un nuovo prestito speciale in oro*.

Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica, Febbraio 1921,

A. CABIATI, *Un tipico esempio di appetiti protezionisti* ; E. BARONE, *I costi « connessi » e l'economia dei trasporti*.

Giornale degli Economisti, Marzo 1921 : R. BENINI, *Per Luigi Bodio* ;

M. BOLDRINI, *L'organizzazione annonaria di Matelica nel secolo XVII*.

Giornale degli Economisti, Aprile 1921 : R. BENINI, *Per Ridolfo Livi* ;

G. MAJORANA, *La terra a chi può coltivarla* ; S. ONETO, *La teoria pura della progressività*.

Giornale degli Economisti, Maggio 1921 : G. BORGATTA, *La rendita*

del consumatore e le sue applicazioni finanziarie ; M. G. MARENCO, *Le condizioni dell'emigrazione ligure* ; A. *Notizie sulla popolazione italiana e assimilata della colonia Eritrea*.

Giornale di Matematica finanziaria, Sett.-Dic. 1920 : F. INSOLERA,

Una eco delle discussioni sull'imposta patrimoniale ; F. I., *Di alcuni*

problemi di statistica che conducono ad estendere il concetto di probabilità; S. MINETOLA, *Nota sull'articolo precedente*; F. INSOLERA, *Sulla geometria delle operazioni di borsa*; G. CURATO, *Nel bilancio dello Stato*; S. ORTU-CARBONI, *Lazzaro Ricci*; M. RIGHETTI, *Il commercio estero dell'Italia prima e durante la guerra*; V. DENTANIERO, *Sopra la interpolazione dei fenomeni collettivi di un solo argomento*.

Giornale di Matematica finanziaria, Marzo 1921: E. C. BONFERRONI, *Probabilità assolute, relative, di precessione*; F. INSOLERA, *Sulla geometria delle operazioni di borsa*; V. PORRI, *Il gettito delle vecchie e delle nuove imposte nel bilancio italiano durante la guerra*; F. INSOLERA, *Per una recensione*.

Giornale di Medicina Militare, Marzo 1921: G. BILANCIONI, *Osservazioni cliniche sulla sifilide ignorata con localizzazioni a carico del naso, della faringe e dell'orecchio*; DAL COLLO, *Raccolta ossifluente da morbo di Pott delle vertebre dorsali, in rapporto alle lesioni del mediastino*.

Giornale di Medicina Militare, Aprile 1921: TADDEI, *L'opera e gli stati d'animo del chirurgo*; CONSIGLIO, *Per il rinnovamento e l'incremento degli studi antropologici*; *L'Istituto Internazionale di antropologia*; *Contributi alla medicina militare*; *Casuistica clinica*; FERRARO, *Un caso di nevrite ascendente dei plessi sacro-lombare a tipo apoplettiforme*; *Conferenze scientifiche negli ospedali militari*; *Neerologia*; *Per il libro d'oro del corpo sanitario militare*.

Giornale di Medicina Militare, Maggio 1921: GRADENIGO, *Della simulazione della sordità e di un nuovo metodo proposto per riconoscere la simulazione della sordità unilaterale*; CONSIGLIO, *Per il rinnovamento e l'incremento degli studi antropologici*; *L'Istituto Internazionale di antropologia*; *Contributi alla medicina militare*; BIAGINI, *Glioma emorragico del lobo parietale destro*.

Giornale di Medicina Militare, Giugno 1921: DIONISI, *La malaria delle terre redente*; MORANDI, *Sull'utilità del reperto citologico degli essudati congiuntivali per la diagnosi di congiuntivite provocata*; FERRARO, *Sulle forme così dette « riflesse » da traumi di guerra*.

L'Espansione commerciale d'Italia, Gennaio-Marzo 1921: *Rassegna economica del mese*; *Mercati d'importazione e d'esportazione*; *Tariffe doganali e regime delle importazioni e delle esportazioni*; *Cambi*; *Concessioni forestali, minerarie e terriere, etc.*

Il Contribuente Italiano, Febbraio 1921: G. CARBONARO, *L'imposta sui profitti di guerra e le Cooperative di produzione*; G. BORGATTA, *L'aggravarsi della pressione fiscale e la crisi presente*; A. ABATE,

L'insegnamento universitario del diritto finanziario; R. DE SIMONE, *A proposito di alcuni emendamenti per l'applicazione dell'imposta patrimoniale*.

- II Contribuente Italiano**, Marzo 1921: G. FASOLIS, *Patrimonio, prodotto e reddito agli effetti dell'imposta*; G. STRESINO, *Note finanziarie: La gestione statale dei cereali e l'omnibus finanziario*; F. MIRMINA, *Giurisprudenza e legislazione*.
- II Corriere Economico**, 3 Marzo 1921: *La sottoscrizione ai nuovi buoni settennali e il risparmio nazionale*; P. LANINO, *L'industria idroelettrica in Italia ed i suoi danni presenti*; G. OLIVETTI, *Il controllo nelle industrie*; GIBOL, *Il regime attuale dei titoli al portatore in Italia*; C. BACHI, *I proventi delle imposte nel bimestre gennaio-febbraio*.
- II Corriere Economico**, 17 Marzo 1921: R. PILOTTI, *Le sanzioni economiche contro la Germania*; O. M. CORBINO, *Lo spirito antindustriale in Italia*; R. DALLA VOLTA, *Le condizioni economiche della Svizzera nel 1920*.
- II Corriere Economico**, 24 Marzo 1921: G. BORGATTA, *Il problema tecnico delle indennità tedesche*; E. ANZILOTTI, *I recenti accordi economici della Francia con l'Italia e gli altri Stati*; G. BOLAFFI, *A proposito di remissione di debiti interalleati; La pressione tributaria in Italia*.
- II Corriere Economico**, 7 Aprile 1921: *L'emissione di buoni settennali del Tesoro*; A. GRAZIANI, *Demanialità delle miniere*; G. BORGATTA, *Le esportazioni e le indennità germaniche*.
- II Corriere Economico**, 14 Aprile 1921: *La crisi industriale e i suoi rimedi*; G. BOLAFFI, *La pressione tributaria in Italia*; E. ANZILOTTI, *Le esportazioni agricole italiane in Germania durante il 1920*.
- II Corriere Economico**, 21 Aprile 1921: *Per una rivalutazione dei patrimoni delle società commerciali*; F. DE GAETANO, *Il nuovo aumento dei tributi locali*; G. BOLAFFI, *La pressione tributaria*.
- II Corriere Economico**, 28 Aprile 1921: E. CAMERANA, *Sulla produttività dei pozzi petroliferi*; B. G., *L'economia argentina e le conseguenze della guerra*; *Buoni del tesoro settennali 5 per cento netto a premi emessi in virtù del R. Decreto 30 Dicembre 1920 n. 1723*; *Il bilancio della Romania e la riforma finanziaria*.
- II Corriere Economico**, 5 Maggio 1921: P. LANINO, *L'industria idroelettrica in Italia ed i suoi danni presenti*; F. COPPOLA D'ANNA, *Le*

riparazioni tedesche e i debiti interalleati; Buoni del tesoro 5% netto a premi emessi in virtù del R. Decreto 30 Dic. 1920 n. 1723; Note economiche della settimana; C. BACHI, I proventi delle imposte nel Marzo 1921.

II Corriere Economico, 12 Maggio 1921: E. ANZILOTTI, *L' esportazione italiana verso i paesi a valuta deprezzata*; V. BERTUCCIOLI, *Le condizioni economiche del Giappone dopo la guerra mondiale*; X., *Lo sviluppo agricolo e industriale del Brasile.*

II Nuovo Patto, Gennaio-Febbraio 1921: F. LORI, *Dateci la parola della moderazione*; V. PICCOLI, *La crisi dell' arte contemporanea*; V. RACCA, *L' ingerenza americana nelle cose d' Europa*; F. PERSONÈ, *L' idolo di Augusto Barlier*; A. LUMBROSO, *Napoleone nelle tradizioni popolari asiatiche*; M. LEONI, *Dante cacciatore*; G. BRUNACCI, *Una leggenda greco-etrusca*; *Rassegne e Polemiche*; Luigi Bodio; *Note Economiche e finanziarie*; F. COPPOLA D' ANNA, *L' Economia Italiana nel 1921*; G. PROVENZAL, *Una nostra materia prima*; *Documenti.*

II Nuovo Patto, Marzo-Maggio 1921: G. PROVENZAL, *Il viaggio di Orlando visto da Roma*; F. ORESTANO, *Della Libertà*; M. CHINI, *Il secondo Mimo di Erode*; G. DEL VECCHIO, *Giurisprudenza e Filosofia*; L. RAVA, *Gioachino de' Prati*; M. FICINI LONGARELLI, *Dantisti d' altri tempi*; F. U. SAFFIOTTI, *Cattaneo dopo le Cinque Giornate.*

II Tempo Economico, 5 Marzo 1921: G. OLIVETTI, *L' organizzazione internazionale del lavoro*; D. GUIDI, *Il progetto del controllo operaio attraverso la critica*; G. SENSINI, *Teorie sperimentali dei fenomeni demografici*; E. RIGNANO, C. GINI, *Vie traverse e vie maestre.*

II Tempo Economico, Marzo-Aprile 1921: *Il pagamento dei debiti in valuta estera*; F. SAVORGNAN, *Il valore commerciale dell' Alta Slesia*; V. MALTESE, *Un problema che interessa tutta Italia: il porto franco di Trieste*; A. QUINTAVALLE, *La circolazione cartacea in Russia*; O. SCHANZER, *La produzione agricola delle nostre colonie nei riflessi dell' industria nazionale*; A. CASALINI, *Le bonifiche in Italia*; A. GUERRIERO, *L' Agora e il Mito*; F. VINCI, *Fatti e problemi economici del giorno*; *Le società per azioni*; M. BATTISTA, *Rassegna giuridica.*

II Tempo Economico, 20 Aprile - 20 Maggio 1921: E. RIGNANO, *Una lacuna colmata nella scienza economica*; C. ARENA e L. A. MIGLIORANZI, *Per un' associazione fra azionisti di società anonime*; R. MICHELS, *Le società con sede in Svizzera per il finanziamento di imprese elettriche ed il ribasso delle valute*; F. SAVORGNAN, *Sintomi di rinascita nella vita nazionale della Germania*; F. VINCI, *Fatti e problemi economici del giorno.*

La Riforma Sociale, Gennaio-Febbraio 1921: B. STRINGHER, *In memoria di Luigi Bodio*; G. PRATO, *L'epilogo di uno storico conflitto industriale*; G. DI MODICA, *Le conseguenze economiche della guerra*; G. BORGATTA, V. POZZI, *Rassegna bibliografica*.

La Riforma Sociale, Marzo-Aprile 1921: G. BORGATTA, *Crisi bellica e crisi postbellica*; O. M. CORBINO, *Lo spirito anti-industriale in Italia*; A. CABIATI, *I probabili effetti della tassa del 12 % sull'importo globale dell'esportazione tedesca*.

La Riforma Sociale, Maggio-Giugno 1921: G. ROCCA, *Un economista agrario: Ghino Valenti*; A. DE' STEFANI, *La ricchezza dall'aspetto energetico*; LIVIO LIVI, *Sperperi proletari e restrizioni borghesi*; M. LANDUCCI, *Le contrattazioni di cambi a termine*.

La Vita Italiana, 15 Marzo 1921: G. RONCAGLI, *I veri amici dell'Italia studiati da un buon amico della Francia*; S. G. SCALFATI, *Il problema della indennità tedesca e dei debiti interalleati*; P. LANINO, *Il disegno di legge Giolitti-Labriola sul controllo operaio sulle fabbriche*; A. LANZILLO, *Considerazioni sulla crisi economica attuale*; G. SENSINI, *Trasformazione della democrazia*; « UN COLONIALE », *La pubblica istruzione nella Colonia Eritrea*; G. F. GUERRAZZI, *La riscossà agraria*; U. SILVAGNI, *Una tradizione monarchica infranta. Come sono stati trattati gli artefici della Vittoria*; « VERAX », *Rassegna mensile dell'attività della Lega delle Nazioni*; C. CRISPOLTI, *Rassegna mensile degli avvenimenti politici* (10 Febbraio - 20 Marzo 1921).

Notizie periodiche di Statistica Agraria, (MINISTERO PER L'AGRICOLTURA, Ufficio di Statistica Agraria), Gennaio 1920: *Informazioni relative al mese di Dicembre*; *Produzione delle barbabietole da zucchero*; *Raccolto dei foraggi*.

Notizie periodiche di Statistica Agraria, (MINISTERO PER L'AGRICOLTURA, Ufficio di Statistica Agraria), Febbraio 1920: *Informazioni relative al mese di Gennaio*; *I prezzi dei principali prodotti agricoli in Italia nell'anno 1919*.

Notizie periodiche di Statistica Agraria, (MINISTERO PER L'AGRICOLTURA, Ufficio di Statistica Agraria), Marzo 1920: *Informazioni relative al mese di Febbraio*; *Produzione delle olive e dell'olio di oliva*.

Notizie periodiche di Statistica Agraria, (MINISTERO PER L'AGRICOLTURA, Ufficio di Statistica Agraria), Aprile 1920: *Informazioni relative al mese di Marzo*; *Produzione degli agrumi e degli ortaggi di grande coltura nel 1919*.

Notizie periodiche di Statistica Agraria, (MINISTERO PER L'AGRICOLTURA, Ufficio di Statistica Agraria), Maggio 1920: *Informazioni relative al mese di Aprile; Il commercio con l'estero dei prodotti agrari nel biennio 1917-1919.*

Notizie periodiche di Statistica Agraria, (MINISTERO PER L'AGRICOLTURA, Ufficio di Statistica Agraria), Ottobre 1920: *Informazioni relative al mese di Settembre; Produzione degli ortaggi di grande coltura.*

Notizie periodiche di Statistica Agraria, (MINISTERO PER L'AGRICOLTURA, Ufficio di Statistica Agraria), Novembre 1920: *Ghino Valenti (Necrologio); Informazioni relative al mese di Ottobre; Raccolto dell'uva, del riso, delle patate, della canapa, del lino (tiglio); Produzione del seme di lino, delle olive da olio.*

Notizie periodiche di Statistica Agraria, (MINISTERO PER L'AGRICOLTURA, Ufficio di Statistica Agraria), Dicembre 1920: *Informazioni relative al mese di Novembre; Produzione del granoturco, del pomodoro, dei fagioli, delle leguminose da granella, delle frutta, delle castagne, del vino.*

Nuovo Convito, Marzo 1921, Pagina di Dante: F. CRISPOLTI, *Dante apologeta ed educatore; Notiziario*; M. DEL VASTO CELANO, *Vanità oltre tomba; Impressioni dal vero*; L. SORGONI, *Il Santuario di Loreto*; JOHN KEATS, *Ad un usignuolo*, trad. di A. TURAZZA; AGE, *Voci e richiami*; D. TROCCHI, *Patrignone*; Omero, *Tersite*, trad. di M. FAGGELLA; *I libri; Roma e il Mondo.*

Nuovo Convito, Aprile 1921: N. ZINGARELLI, *Dante e la visione*; L. GAMBERALE, *Shakespeare conobbe le opere di Dante?*; G. FALDELLA, *Confessione*; J. LINDSAY, *Sulla filosofia europea*; DUCHESSA DI SANTA ELISABETTA, *Novella in versi*; N. R. D'ALFONSO, *Crotone.*

Nuovo Convito, Maggio 1921: F. CRISPOLTI, *L'ufficio artistico della dottrina dantesca*; M. DEL VASTO CELANO, *Donna Rosa Giolitti Sobrero*; A. DE GIOVANNI, *La bufera*; U. FLERES, *La biennale romana*; G. DONATI-PETTÈNI, *Un colloquio con Guido da Verona*; G. GORI, *L'arte nuova allo specchio*; A. BRUERS - M. D'AZEGLIO, *Nel nome d'Italia.*

Rivista delle Società Commerciali: C. PETROCCHI, *L'organizzazione del Genio Civile rispetto alle derivazioni d'acque pubbliche*; M. SIOTTO PINTÒR, *Contratto economico e dissidio politico*; G. REGAZZONI, *Il nuovo diritto italiano del lavoro.*

Rivista delle Società Commerciali, Novembre 1920: R. DALLA VOLTA, *I nuovi organismi per la collaborazione industriale nell'Inghilterra*; G. DE MAIO, *Sul ritiro dei tre decimi versati per la costituzione*

delle società per azioni; L. A. MIGLIORAZZI, *Questioni sul comodato di azioni sociali*; G. BORGATTA, *L'economia industriale italiana durante la guerra*.

Rivista di Politica Economica, G. OLIVETTI, *L'approvvigionamento di materie prime alle industrie in riparazione dei danni di guerra*; E. MARCHETTI, *Conseguenze economiche dei trattati di pace*; M. SIOTTO PINTÒR, *Divagazioni dal punto centrale in materia di controllo delle industrie*; G. SEMENZA, *Sul progetto di legge Bianchi per la socializzazione dell'industria elettrica*; G. CALDARERA, *Giurisprudenza italiana*.

Rivista Italiana di Sociologia, Luglio-Settembre 1920: E. ALTAVILLA, *La simulazione della pazzia*; G. BRICHETTI, *La natura originaria della famiglia romana nella tradizione giuridica italiana*; S. LA SORSA, *Il lavoratore pugliese*; Note di sociologia e di folklore; F. MAROI, *Moderni lineamenti del diritto matrimoniale svizzero*.

Bullettin Mensuel de l'Office permanent, (INSTITUT INTERNATIONAL DE STATISTIQUE), Première Année, 1920; II.^e Livraison, Août: *Statistique des prix de gros*; *Nombres-indices des prix de gros (avec graphique)*; *Coût de la vie*; *Cours du change*; *Banques de circulation*; *Chômage*.

Bullettin Mensuel de l'Office permanent, (INSTITUT INTERNATIONAL DE STATISTIQUE), III.^e Livraison, Mars, 1921: *Statistique des prix de gros*; *Nombres-indices des prix de gros (avec graphique)*; *Coût de la vie*; *Cours du change*; *Banques de circulation*; *Chômage*.

Revue de l'Institut de Sociologie (INSTITUTS SOLVAY), Première Année 1920-21, Tome II, N. 2, Bruxelles, Mars 1921: C. BOUGLÉ, *Valeurs économiques et valeurs idéales*; A. LEVI, *Le parti socialiste italien*; L. VERLAINE, *Le mécanisme de l'hérédité*; B. S. CHLEPNER, *Le nouveau régime fiscal de l'Allemagne*; D. WARNOTTE, *Chronique du mouvement scientifique*.

Revue des Valeurs de l'Afrique du Nord, 12.^{me} Année, 20 décembre 1920: *Revue financière*; *La vie politique et économique*; *La vie agricole*; *Informations diversès*.

Revue économique française, (SOCIÉTÉ DE GÉOGRAPHIE COMMERCIALE), Janvier-Février 1921: H. POBÉGUIN, *Une mission d'études pratiques au Moyen-Congo*; F. RONGET, *Les bois de l'Afrique Équatoriale Française*; G. REGELSPERGER, *Mouvement géographique*.

American Statistical Association, March 1921: I. FISHER, *The best form of index number*; E. E. DAY, *The measurement of variations in the national real income*; M. C. RORTY, *A national money accounting as the basis for studies of income distribution*; W. M. STEUART, *The conduct of the fourteenth census*; E. SYDENSTRICHER and DEAN K. BRUNDAGE, *Industrial establishment disability records as a source of morbidity statistics*; M. M. HULST, *Mortality notes of college women*; G. F. McEVVEN, *Rapid methods of approximating to terms in a binomial expansion*.

Economica, (LONDON SCHOOL OF ECONOMICS AND POLITICAL SCIENCE), January 1921: *Foreword*; W. H. BEVERIDGE, *Economics as a Liberal Education*; H. FINER, *The Group System in France*; E. CANNAN, *Bank Deposits*; T. E. GREGORY, *The Economics of Employment in England 1660-1713*; P. CAMPBELL, *Asiatic Immigration into Australia*; E. W. SHANADAN, *The New International Frontiers*; S. BUSHELL, *The relative importance of Co-operative and other Retail Prices*; M. HOGG, *Dependants on Women Wage Earners*; J. LASKI, *Recent Contributions to Political Science*.

Economica, (LONDON SCHOOL OF ECONOMICS AND POLITICAL SCIENCE), May 1921: A. L. BOWLEY, *Earners and Dependants in English Towns*; A. L. BOWLEY, *The Survival of Small Firms*; E. T. KELLY, and M. L. ASKINS, *Foundations of Industrial Welfare*; C. K. HOBSON, *Measurement of the Balance of Trade*; P. FORD, *Marx and Marxists*; M. C. BUER, *Depression after Napoleonic Wars*; H. C. GUTTERIDGE, *The Limitation of the Liability of Shipowners*; R. H. SOLTAU, *The Present Position of the French President*; H. DALTON, *Recent Contributions to Public Finance*.

Statistical Bulletin (METROPOLITAN LIFE INSURANCE Co.), January 1921.

Statistical Bulletin (METROPOLITAN LIFE INSURANCE Co.), May 1921: *Automobile Fatalities still increasing*; *Diarrheal Disease Control*; *Mortality Rates of College Women*; *The After History of Tuberculosis Patients discharged from Sanatoria*; *Health Report of April, 1921, etc.*

Statistical Bulletin (METROPOLITAN LIFE INSURANCE Co.), July 1921: *Small Increase in the Colored Population*; *Infant Mortality rises in 1920*; *Tuberculosis Death Rate still declining*; *The value of record keeping to the nursing profession*; *Autopsies essential for medical education, etc.*

The Economic Journal, N. 121, Vol. XXXI, March 1921: B. MALINOWSKI, *The Primitive Economics of the Trobriand Islanders*; C. R. FAY, *Corn Prices and the Corn Law 1815-1846*; S. BAUER, *Past Achievements and future Prospects of International Labour Legislation*; R. TRONTON, *Cancellation of inter-allied debts*; W. W. BRYANT, *The Weather and cyclical fluctuations*; T. JONES, *Notes on the social and economic transition in Japan*; C. GINI, *Measurement of Inequality of Incomes*; J. G. SMITH, *South African Currency*.

The Guaranty News, April 1921: A. WALKER, *Across the Andes to Chile*; *Singapore*.

The Guaranty News, June 1921: M. F. McCaffrey, *The Medical Department*; E. S. GILMOUR, *Collection of Interest Abroad*; A. WALKER, *From Peru to Panama*.

The Guaranty News, July 1921: R. K. STOWELL, *Guaranty Country House*; R. L. BECKER, *Educational Needs of the Future Banker*; C. A. PYE, *Early Days of Liverpool Banking*; W. C. AVERY, *The Situation in the Philippines*.

The Guaranty Survey, (GUARANTY TRUST COMPANY OF NEW YORK), April, May, June 1921: *Business and Financial Conditions in the United States*; *Conditions in Various sections of the Country*; *The General Situation Abroad*; *American Goods and Foreign Markets*.

United State Department of Agriculture Bulletin, N. 869: H. K. HAYES and H. V. HARBAN, *The Inheritance of the length of internode in the rachis of the barley spike*.

Zeitschrift für Volkswirtschaft und Sozialpolitik, Neue Folge, 1 Band: TH. MAYER, *Wesen und Entstehung des Kapitalismus*; R. SCHÜLLER, *Wirtschaftliche Bestimmungen des Friedensvertrags von Saint-Germain*; H. VOGEL, *Die Gesetzgebung auf dem Gebiete der Innenkolonisation im Deutschen Reich*; H. Kelsen, *Der Staatsbegriff der « Verstehenden Soziologie »*; F. HAYEK, *Der nordische national-ökonomische Kongress im Stockholm, August-September 1920*; R. Kerschagl, *Ueberblick über das Schrifttum des Geldwesens von 1914 bis 1920*.

Den Nordiske Race, Nr. 1, 1920: A. Mjølne, *Den Nordiske Race*; K. LARSEN, *Folkforskning*; H. LUNDBORG, *En sundare Ras*; K. ELLEKILDE, *Dansk Hedenskab*, etc.

Den Nordiske Race, Nr. 2, 1920: A. MIJÖEN, *Hvordan opstaar geniet*; P. SCHJÆRFF, *Den danske Soldat som type*; S. HEDIN, *Den nordiske race*; C. B. DAVENPORT, *Menneskelegstens forbedring ad biologiskvei*; etc.

Kommersiella Meddelanden (utgivna av KOMMERSKOLLEGIUM), 24 Mars 1921: *Un index du change suédois*; *Commerce extérieur de la Suède en 1919*; *Quelques données sur l'industrie du pétrole en 1920*; *La situation économique en Angleterre*; *La situation économique en France*; *Commerce extérieur de l'Espagne en 1919*; *Quelques données sur les prix de froment et d'engrais*; etc.

Kommersiella Meddelanden (utgive av KOMMERSKOLLEGIUM), 25 Maj 1921: S. JONASSON, *Quelques données sur l'industrie des huiles de schiste*; *Est une nouvelle période d'élévation des prix sur le point d'arriver?*; *Les moyens pour l'exportation d'airelles rouges suédoises aux Etats-Unis*; *Le commerce entre la Suède et la Suisse en 1920*; *Les recherches de l'académie des sciences techniques sur les ressorts de force et de combustibles*; etc.

Kotimainen työ inhemskt arbete, May-Juni 1920.

LIBRI, ANNUARI, OPUSCOLI,
ESTRATTI, ECC.

LIVRES, ANNUAIRES, BROCHURES,
EXTRAITS, ETC.

BOOKS, YEARBOOKS, PAM-
PHLETS, REPRINTS, ETC.

BÜCHER, JAHRBÜCHER, BROSCHÜREN,
SEPARATABDRÜCKE, USW.

G. ARIAS, *La questione meridionale*. Volume I: *Le fondamenta geografiche e storiche del problema: L'emigrazione*. Bologna, Zanichelli, 1921.

ASSOCIAZIONE FRA LE SOCIETÀ ITALIANE PER AZIONI. CONFEDERAZIONE GENERALE DELL'INDUSTRIA ITALIANA (SEZIONE ECONOMICA). *Note sulla situazione economica dell'Italia*, Athenaeum, Roma, 1921.

R. BACHI, *Nuova serie di numeri indici per il movimento dei prezzi delle merci in Italia nel commercio all'ingrosso*, (« L'Economista » Anno XLVIII. N. 2451). Roma, 24 Aprile 1921.

L. BASSO, *Il pane e il bilancio*, discorso pronunciato alla Camera dei Deputati. Roma, 1921.

B. BELOTTI, *La Società delle Nazioni e la sua prima assemblea*, Milano, Treves, 1921.

F. COLETTI, *Del carattere e dell'opera di Luigi Bodio*. (Estratto della « Rivista Bancaria » Marzo 1921).

CAMERA DI COMMERCIO DI BRESLAVIA, *La questione dell'Alta Slesia e la ricostruzione dell'economia europea*, Breslavia, Giugno 1921.

CAMERA DI COMMERCIO UNGARO-ITALIANA. *L'Economia nazionale dell'Ungheria mutilata*. Budapest, 1921.

A. CONTENTO, *Sulla misura delle variazioni del costo della vita*.

A. DE PIETRI-TONELLI, *Lezioni di politica commerciale*, dettate nella « Regia Scuola Superiore di Commercio di Venezia », Anno scolastico 1920-21, Corso speciale: *Il Commercio Internazionale sotto l'aspetto statistico*, Rovigo, Industrie Grafiche Italiane, 1921. (Dispense da 17 a 21).

C. FERRARIS, *Disposizioni per la sistemazione della gestione statale dei cereali*. Relazione letta in Senato nella tornata del 26 Febbraio 1921, Roma 1921.

C. GINI, *Considerazioni su l'interpolazione e la perequazione di serie statistiche*. (Estratto dal « Metron » Vol. 1° N. 3).

C. GINI, *Problèmes financiers d'après guerre*, (Extrait de « Scientia » Août 1921).

C. GINI, *Problemi sociologici della guerra*, Bologna, Zanichelli, 1921.

C. GINI, *Sull'interpolazione di una retta quando i valori della variabile indipendente sono affetti da errori accidentali*, (Estratto dal « Metron » Vol. 1° N. 3).

L. LIVI, *Sperperi proletari e restrizioni borghesi*, (Estratto dalla « Riforma Sociale » Maggio-Giugno 1921). S. T. E. N. Torino.

L. LIVI, *La statistica etnografica e il sesto censimento generale della popolazione* (Estratto dalla « Rivista Geografica Italiana », Anno XXVIII, 1921).

R. LIVI, *Cronachetta pratese del Cinquecento; Giove veduto di pieno giorno; Un pratese hidalgo spagnuolo*. (Estratto dall'« Archivio Storico Pratese », Anno II, Ottobre 1919, N. IV.) Arezzo.

G. MAGRINI, *Le iniziative economiche che l'Italia può sviluppare in Anatolia*, Roma 1921.

G. MAGRINI, *La Missione italiana per l'esplorazione dei mari di levante*, (Rendiconti della R. Accademia dei Lincei. Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali. Estratto dal vol. XXX, serie 5ª, 1° sem. fasc. 5°, Seduta del 6 Marzo 1921), Roma 1921.

M. MARTNA, *L'Estonia*, Roma, Signorelli, 1919.

MINISTERO DELLA GIUSTIZIA E DEGLI AFFARI DI CULTO, *Statistica della Criminalità per gli anni 1914 e 1915*. Roma, 1920.

MINISTERO DEL TESORO. DIREZIONE GENERALE DEL TESORO. *Conto riassuntivo del tesoro al 31 Dicembre 1920*. Estratto dalla « Gazzetta Ufficiale » del 17 Maggio 1921, N. 115.

S. MINETOLA, *Di alcuni problemi di Statistica che conducono ad estendere il concetto di probabilità*, (Estratto dal « Giornale di Matematica Finanziaria » Anno II. Vol. II. N. 3-4, Settembre Dicembre 1920).

A. M. M. MONTJIN, *Un nuovo Principio di Diritto Internazionale Pubblico*. L'Aia, Fratelli Belinfante Editori, 1919.

- F. NATOLI, *Verso il tramonto del capitalismo?* Discorso inaugurale pel 2° anno accad. dell'Istit. Sup. di Studi Comm. di Palermo, Palermo, 1921.
- G. OLIVETTI, *L'Approvvigionamento di materie prime alle industrie in riparazione ai danni di guerra*, Relazione al « Consiglio Superiore dell'Industria », 15 Novembre 1920. Società Poligrafica Nazionale. Roma.
- V. PEGLION e A. SERPIERI, *Appunti sulla Economia Agraria dell'Istria*, Federazione Italiana dei Consorzi Agrari. Piacenza, 1921.
- R. MAGISTRATO ALLE ACQUE. UFFICIO IDROGRAFICO, Venezia. Pubblicazione N. 32: *Sulla precisione delle Osservazioni Mareografiche nella Stazione di secondo ordine di Porto Caleri*, 1911.
- R. MAGISTRATO ALLE ACQUE. UFFICIO IDROGRAFICO, Venezia. N. 35: G. P. MAGRINI, *Dislivelli fra Adige e Brenta nella zona marittima*, 1911.
- R. MAGISTRATO ALLE ACQUE. UFFICIO IDROGRAFICO, Venezia. N. 38: *Norme ed istruzioni per il servizio di misura delle portate*, 1914.
- R. MAGISTRATO ALLE ACQUE. UFFICIO IDROGRAFICO, Venezia. N. 52: *Prima serie di misure di portata sul Mincio*, 1915.
- R. MAGISTRATO ALLE ACQUE. UFFICIO IDROGRAFICO, Venezia. N. 53: *Norme ed Istruzioni per il Servizio Metereologico*, Parte I e II, 1916.
- R. MAGISTRATO ALLE ACQUE. UFFICIO IDROGRAFICO, Venezia. N. 55: *Norme ed istruzioni per l'esecuzione delle livellazioni geometriche di precisione*. 1913.
- R. MAGISTRATO ALLE ACQUE. UFFICIO IDROGRAFICO, Venezia. N. 56: *Carta annuale delle piogge nella regione veneta per il 1912, 1913*.
- R. MAGISTRATO ALLE ACQUE. UFFICIO IDROGRAFICO, Venezia. N. 57: *La segnalazione del tempo per il porto di Venezia*, 1915.
- R. MAGISTRATO ALLE ACQUE. UFFICIO IDROGRAFICO. Venezia. N. 58: G. P. MAGRINI, *Relazione*, 1914.
- R. MAGISTRATO ALLE ACQUE. UFFICIO IDROGRAFICO, Venezia. N. 59: *Il servizio metereologico degli Stati Uniti*. Relazione di missione del Sig. MANLEY-BENDALI, della Società di Oceanografia del Golfo di Guascogna, traduzione di G. MAGRINI, 1914.
- R. MAGISTRATO ALLE ACQUE. UFFICIO IDROGRAFICO, Venezia. N. 61: G. MAGRINI. *Carta annuale delle piogge nella regione veneta per il 1913*.
- R. MAGISTRATO DELLE ACQUE. UFFICIO IDROGRAFICO, Venezia. N. 67: *Sesta relazione annuale del Direttore*, 1916.
- R. MAGISTRATO ALLE ACQUE. UFFICIO IDROGRAFICO, Venezia. N. 68: *Carte annuali delle piogge nella regione veneta 1914 e 1915*.
- R. MAGISTRATO ALLE ACQUE. UFFICIO IDROGRAFICO: G. MAGRINI, *La distribuzione delle piogge nella regione veneta*, parte I^a. *Le piogge nel quinquennio 1911-1915*, Fascicolo I. *L'altezza di pioggia caduta ed il numero dei giorni piovosi*, 1919.

R. MAGISTRATO ALLE ACQUE. UFFICIO IDROGRAFICO, Venezia. N. 70: G. P. MAGRINI, *Relazione*, 1915, 1917.

R. MAGISTRATO ALLE ACQUE. UFFICIO IDROGRAFICO, Venezia. N. 86: *Ottava relazione annuale del Direttore*, 1918.

REALE COMMISSIONE PER LE VALUTAZIONI ED I RIPARTI DEI DISAVANZI DEGLI ISTITUTI DI PREVIDENZA FERROVIARI. (R. Decreto 8 Aprile 1900 N. 137). Roma: *Relazione; Atti*, Volume I, *Statistiche demografiche*, 1913, Volume II, *Tavole demografiche e finanziarie*, 1918.

P. SABATINI, *Le due triplici nella conflagrazione europea. Fatti e propositi*. Milano, Ottobre 1914, Tipografia Pulzato e Giani.

G. SAHADUM, *Per una stanza di compensazione internazionale*, (Estratto dalla « Rivista Bancaria », Anno II, N. 1, Gennaio 1921). Associazione Bancaria Italiana, Milano.

S. SCALFATI, *Il problema della indennità tedesca e dei debiti interalleati*.

T. SEIFERT, *Il popolo lettone e la Lettonia*, Roma, 1921.

SENATO DEL REGNO, *Relazione della Commissione di finanze sul disegno di legge comunicato alla Presidenza dal Ministero del lavoro e della Previdenza sociale di concerto col Presidente del Consiglio dei Ministri, Ministro dell'Interno, col Ministro della Giustizia, col Ministro del Tesoro e col Ministro delle Poste e dei Telegrafi il 28 Marzo 1921. Sesto Censimento generale della popolazione*.

S. NILUS, *L'Internazionale Ebraica*. Protocolli dei « Savi Anziani » di Sion. Versione italiana con Appendice, Roma, La Vita Italiana, 1921.

V. PORRI, *L'equilibrio economico nel Veneto alla vigilia della guerra*, Roma, Ministero delle Terre Liberate, 1921.

UFFICIO MUNICIPALE DEL LAVORO DI ROMA: *Esempi pratici di regolamentazione del lavoro e di assistenza ai lavoratori*. Roma, Tip. Centenari 1921.

A. VADCA, *Opinioni individuali e deliberazioni collettive* (Estratto dalla « Rivista Internazionale di Filosofia del Diritto », Fascicolo I:) 1921, Genova.

A. WIERZBICKI, *La verità sull'Alta Slesia. Gli errori dell'economista inglese Keynes*. Agenzia Polacca di Stampa, Roma.

La Svezia, sue industrie e sua esportazione, Stockholm 1920. Casa Editrice dell'Associazione dei Tecnologi di Svezia.

BUREAU INTERNATIONAL DU TRAVAIL, *Enquête sur la production. Mémoire introductif*.

O. BUTTER et B. RUND, *La République Tchécoslovaque. Aperçu de la vie intellectuelle, politique, économique, et sociale*. Deuxième édition entièrement revue. Prague, 1921.

- G. KRAMSZTYK, *La Pologne, l'Allemagne et l'industrie de la Haute-Silésie*. Edité par le « Comité plébiscitaire pour la Haute-Silésie » Imprimerie K. Miarka, Mikolów (Nikolai).
- MINISTÈRE DE L'AGRICULTURE DE LA BELGIQUE, *Publications du Service des Associations et de la Statistique*, N. 1^o: *Répartition et Rendement des Cultures; Animaux de ferme. Années 1919 et 1920; Evolution provisoire des ensemencements de l'Automne 1920*, Bruxelles, Feron, 1921.
- MINISTÈRE DE L'INDUSTRIE, DU TRAVAIL ET DU RAVITAILLEMENT DU ROYAUME DE BELGIQUE: *Le régime des Licenses en Belgique*, Février 1921. Imprimerie Veuve C. De Clercq, Jette.
- NORGES STATISTISKE CENTRALBYRAA, *Recensement du 30 Septembre 1907*. Kristiania, Aschehoug, 1911.
- NORGES STATISTISKE CENTRALBYRAA, *Annuaire statistique de la Norvège*, Années 1914, 1915, 1916; Kristiania, Aschehoug; 1915, 1916, 1917.
- NORGES STATISTISKE CENTRALBYRAA, *Recensement industriel 1909; Statistique de la production*, Kristiania, Aschehoug, 1915.
- NORGES OFFICIELE STATISTIK. FISKERDIRECTÖREN, *Pêches maritimes pendant l'année 1913*, Kristiania, Aschehoug, 1915.
- NORGES STATISTISKE CENTRALBYRAA, *Revenus et fortunes selon l'imposition de l'exercice 1911 par rapport au recensement général de 1910*, Kristiania, Aschehoug, 1915.
- NORGES STATISTISKE CENTRALBYRAA, *Statistique de la navigation de la Norvège pendant l'année 1913*, Kristiania, Aschehoug, 1916.
- OFFICE PERMANENT DE L'INSTITUT INTERNATIONAL DE STATISTIQUE: *Annuaire International de Statistique: V. État et mouvement de la Population (Afrique, Asie, Océanie)*; La Haye, 1921, Van Stockum et Fils.
- OFFICE PERMANENT DE L'INSTITUT INTERNATIONAL DE STATISTIQUE: *Annuaire International de Statistique: VI. Salaires et durée du travail, Conventions Collectives, Chômage, Placement, Syndicats Ouvriers et Patronaux, Grève et Lock-outs*; La Haye, 1920. Van Stockum et Fils.
- OFFICE PERMANENT DE L'INSTITUT INTERNATIONAL DE STATISTIQUE: *Annuaire International de statistique: VII. Enseignement Primaire, Agriculture, Poste, Télégraphie et Téléphonie, Sociétés Anonymes, Coopératives, Habitations, Indices des Prix de Gros*. La Haye, 1920. Van Stockum et Fils.
- A. OLSZEWSKI, *La Haute-Silésie, son influence sur la solvabilité et la vie économique de l'Allemagne*, Paris, Février 1921.
- S. P. PHOCAS-COSMETATOS, *La Macédonie, son passé et son présent*. Paris, Payot et C.^{ie}, 1919.
- E. ROMER, *La situation de la Haute-Silésie et la Politique de l'Etat Allemand*. Varsovie 1921.

ROYAUME DE LA BELGIQUE. MINISTÈRE DE L'INDUSTRIE, DU TRAVAIL ET DU RAVITAILLEMENT, *La situation des Industries Belges en Décembre 1920*. Bruxelles 1921.

K. STOUMAN, *Le repeuplement de la France*. (Tirage à part de la « Revue Internationale d'Hygiène publique » Juillet-Août 1921.)

A. WIERZBICKI, *Le problème de la Haute-Silésie, tel qu'il se pose en réalité, et les erreurs de Keynes*. Discours prononcé à la séance de la Diète Polonaise, le 28 Janvier 1921, publié aux frais de l'État selon la Décision unanime de la Chambre, Varsovie, 1921.

La Finlande: Le Pays et le Peuple — L'Agriculture — L'Industrie — Le Commerce. Publié par la « Chambre Centrale de Commerce de Finlande », Helsingfors, Janvier 1921.

La Lettonie, son développement et sa vie politique. Impr. Ulpiano, Rome, 1921.

Latvie (Lettonie). Mémoire présenté par la Délégation Latvienne à l'Assemblée de la Société des Nations. Imprimé à la Typographie de préparation des Papiers d'État de Latvie.

Legislation ouvrière et prévoyance sociale en Suède. Bref résumé publié par ordre du gouvernement suédois à l'occasion de la VIII^e Session du « Conseil d'Administration du Bureau International du Travail » à Stockholm en Juillet 1921.

Les Lock-out et la grève générale en Suède en 1909. Rapport présenté par l'« Office du Travail » à l'Administration Royale de l'Industrie et du commerce. Stockholm, 1912.

BANK OF FINLAND, *Finnish banking in 1919*.

BANK OF FINLAND, *The financial situation of Finland in 1920*.

A. BRETON, *Europe's Economics and Industrial Recovery (News Problems Public Finance and Taxation)*, « Guaranty Trust Company of New York ».

C. V. CHARLIER, *Introduction to stellar statistics* (Bilaga till « Inbjudningskriften till Filosofie » Doktorpromotionen den 31 Maj 1921) Scientia Publisher, Lund 1921.

DEPARTEMENT OF COMMERCE, BUREAU OF FOREIGN AND DOMESTIC COMMERCE, *Monthly Summary of Foreign Commerce of U. S.* October 1920, Nov. 1920.

L. I. DUBLIN, *The Reduction in Mortality among Colored Policyholders*. Metropolitan Life Insurance Co. New York, 1920.

E. M. EAST and D. F. JONES, *Infreeding and Outbreeding, their Genetics and Sociological significance*.

- B. FAENGE, *On the distances and luminosities of stars of spectral type. Gas derived from their proper motions*, Meddelanden fran Lunds Astro-nomika Observatorium. Serie II. N.r 25. Scientia Publisher. Lund, 1921.
- FOERSTER, *Italian Emigration of our Times*, Harvard University Press, Cambridge.
- A. W. FLUX, *The Measurement of Price Changes* (reprinted from the «Journal of the Royal Statistical Society» vol. LXXXIV Part II, March 1921.)
- C. GINI, *Measurement of Inequality of Incomes*, (Reprinted from «The Economic Journal» March 1921.)
- GUARANTY TRUST COMPANY OF NEW YORK, *Foreign Loans in the United States*. — September 15th, 1920: *Our Vast Unused Energy*. — *The Effect of the War on European Neutrals*. — *Trading with China*. — *The Fabric of Civilisation; A Short Survey of the Cotton Industry in the United States*. — *Greater France and Three Cities (Bordeaux, Lyons, Marseilles)*. — *Our New Place in World Trade*. — *Trading with the Near East, Present conditions and Future Prospects*. — *How Business with Foreign Countries is financed*. — *The Budget System of the Guaranty Trust Company*. — *Federal Taxes on Income and Profits*. — *Foreign Financing under the Edge Act*. — *Taking Stock of the Future; (Outlines of the Plans of various Foreign Countries for Commercial Reconstruction)*. — *A Bank Catechism*. — *Essentials of Trading with Latin-America*. — *Needed Reform in the present Federal Tax Laws*. — *Acceptances*. — *New York State Franchise Tax on Business Corporations: (Corporation Income Tax); Amendments of 1920 — The Transfer Tax Law*. — *Transportation Act 1920*. — *Tax on Personal Incomes, State of New York, 1921*. — *Emergency Tariff Act, 1921*. — *Ownership Certificates under the Federal Income Tax Law, including Returns of Information and Withholding, 1921*. — *Federal Stamp Taxes on Drafts, Checks and Promissary Notes*.
- V. T. HOWARD, *The natural history of typhoid fever in Baltimore 1851-1919*.
- J. M. KEYNES, *A Treatise on Probability*, Macmillan and Co., 1921.
- INTERNATIONAL CHAMBER OF COMMERCE (First Congress-London, June 27 to July 1, 1921) *Economic Review submitted by Swedish National Committee*) Paris, 1921.
- INTERNATIONAL LABOUR OFFICE, *The International Labour organisation and the first Year of its Work*, Genova, 1921.
- P. H. MIDDLETON, *Great Britain's Plan to Extend Foreign Trade; German Plans to Extend Foreign Trade; French Plans to Extend Foreign Trade; «Guaranty Trust Company of New York»*.
- MINISTRY OF LABOUR, DIRECTORY OF JOINT SCANDING INDUSTRIAL COUNCILS INTERIM INDUSTRIAL RECONSTRUCTION COMMITTEES AND TRADE BOARDS, January 1921.

- R. PEARL, *On a single numerical index of the age distribution of a population.*
- R. PEARL, *Some landmarks in the history of vital statistics.*
- R. PEARL, *A contribution of genetics to the practical breeding of dairy cattle.*
- R. PEARL, *The effect of the war in the chief factors of population change.*
- R. PEARL, *The relative influence of the constitutional factor in the etiology of tuberculosis.*
- R. PEARL and L. J. REED, *On the rate of growth of the population of the United States since 1790 and its mathematical representation.*
- R. PEARL, *On the embriological basis of human mortality.*
- K. PEARSON, *Side Lights on the Evolution of Man.* University of London, Galton Laboratory for National Eugenics. Eugenics Lecture Series, XIII. London, 1921.
- L. J. REED, *The mathematics of biometry.*
- C. E. RIGGS, *Venereal Statistics of the Army and Navy. A study of certain published Reports.* (Reprinted from «United States Naval Medical Bulletin» Volume 15, N. 1. Washington, Government Printing Office, 1921.)
- G. N. SABIN, *Fondamental Facts of Our Business Situation.* Statement prepared for the December 1920, issue of the Guaranty Trust Company's publication, «The Guaranty Newos».
- C. H. SABIN, *Some Lessons for 1921.* «Guaranty Trust Company of New York».
- F. H. SISSON, *The Credit Situation, its Causes and Cure; A Constructive Immigration Policy; Europe after the War; The World's Challenge to America.* «Guaranty Trust Company of New York».
- THE DEPARTEMENT OF FINANCE, *The Twentieth financial and economic annual of Japan, 1920.* Tokyo. Printed by the Government Printing Office.
- THE FINNISH CHAMBER OF COMMERCE, *Financial and Business Report; M. 1-11.*
- H. WESTERGAARD, *On the future of Statistics,* Reprinted from the «Journal of the Royal Statistical Society», Vol. LXXXI, Part. III, May 1918.
- H. WESTERGAARD, *On the Study of Displacements within a population.* Reprinted from «Quarterly Publications of the American Statistical Association», Decembre, 1920.
- H. WESTERGAARD, *Scope and Method of Statistics,* Extract from the «Publications of the American Statistical Association» September », 1916.
- H. WESTERGAARD, *Om legements vækst hos Pigeborn,* «Saertryk af Meddelelser fra Den Antropologiske Komité», København 1920.

International Chamber of Commerce, First Congress-London, June 27 to Juli 1, 1921) Statement submittet to Production Group by Swedish National Committee, Stockholm, 1921.

Finland, Its country and people, a short survey, Helsingfors, 1919.

Iron and Steel in Sweden, Edited and published under control of and in cooperation with Jernkontoret by Aktiebolaget svenska Teknologföreningens Förlag, Stockholm.

Sweden, historical and statistical Handbook, by order of the Swedish Government edited by J. GUINCHARD, Second Edition. First part: *Land and People*, Stockholm 1914. Second part: *Industries*, Stockholm, 1914.

Sweden as producer of wood goods, pulp, paper, tar and other forest-products. Published by A. B. Svenska Teknologföreningens Förlag. Stockholm.

The housing question in Sweden. By order of the Swedish Government, published by the « Swedish Delegation at the Interallied Housing and Town Planning Congress in London », Juni 1920. Stockholm, 1920.

The Financial Situation of Finland in 1920. Issued by the « Bank of Finland », Helsingfors, January, 1921.

The Seafaring-Trade in Sweden, published by order of the Swedish Government Delegation for International Socio-political Work, Stockholm, 1920.

The Swedish Agricultural Labourer, Published by order of the « Swedish Government's Delegation for International Collaboration in Social Politics », Stockholm, 1921.

